

Université de Montréal

Étude de la distribution spatiale des étoiles sdB

par

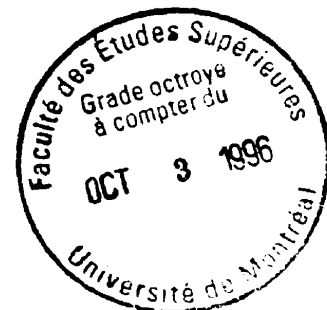
Benoît Villeneuve

Département de physique,  
Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures  
en vue de l'obtention du grade de  
Philosophiae Doctor (Ph.D.)  
en Physique

avril, 1996

© Benoît Villeneuve





**National Library  
of Canada**

**Acquisitions and  
Bibliographic Services**

**395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada**

**Bibliothèque nationale  
du Canada**

**Acquisitions et  
services bibliographiques**

**395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada**

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of his/her thesis by any means and in any form or format, making this thesis available to interested persons.

The author retains ownership of the copyright in his/her thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced with the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de sa thèse de quelque manière et sous quelque forme que ce soit pour mettre des exemplaires de cette thèse à la disposition des personnes intéressées.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège sa thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-21526-1

Université de Montréal  
Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée:

Étude de la distribution spatiale des étoiles sdB

présentée par

Benoît Villeneuve

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Yves Lépine	président du jury
Gilles Fontaine	directeur de recherche
Pierre Bastien	membre du jury
Gary Wegner	examineur externe
Pavel Winternitz	représentant du doyen

Thèse acceptée le: 16 août 1996

## SOMMAIRE

Dans le but d'étudier la distribution spatiale des étoiles sous-naines, nous avons évalué la hauteur caractéristique et la densité spatiale des étoiles sdB et sdOB riches en hydrogène. Ces nouveaux résultats se basent sur l'analyse de trois échantillons distincts. Le premier est constitué de 209 étoiles tirées du catalogue *Palomar-Green*. Ces étoiles sont situées dans la direction du pôle nord galactique. A partir de données de photométrie, nous avons utilisé le test  $V'/V'm$  ainsi qu'une méthode permettant de déterminer simultanément la meilleure combinaison  $D_0$ ,  $z_e$  reproduisant la distribution  $N(z)$  observée. Nous avons obtenu une densité  $D_0 = 3 \pm 1 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup> ainsi qu'une hauteur caractéristique  $z_e = 450 \pm 150$  pc. Le deuxième échantillon est constitué 25 étoiles tirées du catalogue *Kitt Peak-Downes*. Ces étoiles se retrouvent au sein du plan de notre galaxie. A partir de données de photométrie, nous avons utilisé le test  $V'/V'm$  ainsi que deux méthodes permettant de déterminer simultanément la meilleure combinaison  $D_0$ ,  $z_e$  reproduisant les distributions  $N(z)$  et  $N(y)$  observées. Nous avons obtenu  $D_0 = 3,8 \pm 1,7 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Finalement, le dernier échantillon est constitué de 186 étoiles tirées du catalogue *Montréal-Cambridge-Tololo*. Ces étoiles sont situées dans la direction du pôle sud galactique. Suite à la détermination des paramètres atmosphériques par l'analyse de 203 spectres, nous avons utilisé le test  $V'/V'm$  ainsi qu'une méthode permettant de déterminer simultanément la meilleure combinaison  $D_0$ ,  $z_e$  reproduisant la distribution  $N(z)$  observée. Nous avons obtenu  $D_0 = 3,5 \pm 1,5 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup> ainsi qu'une hauteur caractéristique  $z_e = 550 \pm 100$  pc. Les résultats de l'analyse de ces trois échantillons cernent bien la densité et la hauteur caractéristique. Les valeurs obtenues sont toutefois passablement différentes de ce qui avait été déterminé préalablement pour les sous-naines. Nous analysons en détail l'origine de ces différences. Finalement, l'impact de ces nouveaux résultats sur le statut évolutif et l'apport possible des sous-naines à la population des naines blanches est examiné.



## TABLE DES MATIERES

Page de titre	i
Page d'identification du jury	ii
Sommaire	iii
Table des matières	iv
Liste des tableaux	vi
Liste des figures	vii
Remerciements	ix
Dédicace	xi
Introduction	1
1. La découverte des sdB	2
2. Le statut évolutif des sdB	5
3. L'objectif de ce travail	17
4. Présentation du premier chapitre	21
5. Présentation du deuxième chapitre	45
6. Présentation du troisième chapitre	50
Chapitre 1 Studies of hot B subdwarfs. X. The distribution and space density of hot, hydrogen-rich subdwarfs determined from the Palomar-Green survey	56
Abstract	57
1. Introduction	58
2. The sample of hydrogen-rich subdwarfs	60
3. Determination of physical parameters	64
4. Determination of the space density	71
5. Results for the PGS sample	75
6. The confirmed dearth of bright objects in the PG survey	84
7. A comparison with previous determinations	89
8. Concluding remarks	99
References	112
Figure captions	116

Chapitre 2 Studies of hot B subdwarfs. XI. A redetermination of the density of hot, hydrogen-rich subdwarfs in the galactic plane	131
Abstract	131
1. Introduction	133
2. The sample of hydrogen-rich subdwarfs in the plane	134
3. Determination of physical parameters	136
4. Determination of the space density	143
5. Concluding remarks	150
References	161
Figure captions	163
Chapitre 3 Étude des sous-naines chaudes de type B. XII. La distribution et la densité spatiale en direction du pôle sud galactique	171
Résumé	172
1. Introduction	173
2. Constitution de l'échantillon complet	175
3. La distribution spatiale	191
4. Discussion et comparaisons avec d'autres études	200
5. Conclusion	223
6. Bibliographie	227
Conclusion	229

## LISTE DES TABLEAUX

## Chapitre 1

1. Mean $M_V$ and standard deviation	102
2. $V/V_m$ test of a uniform distribution	103
3. $V'/V'm$ test within exponential model	104
4. Results of two-dimensional fits within exponential model	105
5. $V'/V'm$ test within isothermal model	106
6. Results of two-dimensional fits within isothermal model	107
7. $V'/V'm$ test within exponential model, augmented samples	108
8. Results of two-dimensional, PGS+20, (expon)	109
9. Results of two-dimensional fits, PGS+20, (isoth)	110
10. Calculated vs. approximated values	111

## Chapitre 2

1. Mean $M_y$ of the sample	153
2. Parameters of Downes's complete sample	154
3. Two-dimensional fit to $N(y)$	157
4. $V'/V'm$ test Schulz	158
5. $V'/V'm$ test Olson	159
6. Two-dimensional fit to $N(z)$	160

## Chapitre 3

1. Liste des candidats rejetés	183
2. Paramètres physiques	193
3. Le test $V'/V'm$ pour $z_e = 600$ pc	201
4. Le test $V'/V'm$ pour $z_e = 250$ pc	202
5. Meilleure combinaison $D_0-z_e$ selon la relation $Te - \log g$	203
6. Le test $V'/V'm$ pour $z_e = 550$ pc	207
7. Le test $V'/V'm$ pour $z_e = 450$ pc	208
8. Meilleure combinaison $D_0-z_e$ échantillon limité à 15	209
9. Meilleure combinaison $D_0-z_e$ échantillon limité à 14	209
10. Le test $V'/V'm$ dans la région du SB pour $z_e = 600$ pc	218
11. Le test $V'/V'm$ dans la région du SB pour $z_e = 250$ pc	218
12. Meilleure combinaison $D_0-z_e$ échantillon SB	219

## LISTE DES FIGURES

## Introduction

1. Relation entre la gravité de surface et la $T_{\text{eff}}$	4
2. Diagramme HR et évolution des étoiles	5
3. Les sous-naines dans un diagramme gravité- $T_{\text{eff}}$	13
4. Les sdB, sdOB et sdO dans le diagramme HR	14
5. Les sdB et le modèle actuel de leur évolution	17
6. La distribution spatiale $N(z)$ des sdB	30
7. Champ d'observation conique	31

## Chapitre 1

1. Photometric properties	120
2. Cumulative surface density	121
3. Linear regression between $T_{(u-b)}$ and $T_Q$	122
4. Observed and best-fit $N(z)$ distribution	123
5. Contours of equal confidence level	124
6. Observed and best-fit $N(z)$ distribution	125
7. Observed and best-fit $N(z)$ distribution	126
8. Contours of equal confidence level	127
9. Observed and best-fit $N(z)$ distribution	128
10. Summary exponential model	129
11. Summary isothermal model	130

## Chapitre 2

1. Photometric properties, magnitudes	165
2. Photometric properties, colours	166
3. Observed and best-fit $N(y)$ distribution	167
4. Contours of equal confidence level	168
5. Observed and best-fit $N(z)$ distribution	169
6. Contours of equal confidence level	170

## Chapitre 3

1. La portion du MCT utilisée dans cette étude	177
2. Agrandissement d'une portion du MCT	178

3. Spectres rejetés	182
4. Paire de spectres obtenus pour une même étoile	186
5. Spectres d'étoiles retenues au sein du sous-échantillon 187-188	187-188
6. La distribution de la valeur de $\log g\theta^4$	189
7. Le diagramme $\log g - Te$	190
8. La distribution spatiale $N(z)$	192
9. La meilleure combinaison $Do, z_e$	199
10. La meilleure combinaison $Do, z_e$ , selon $\log g - Te$	205
11. La meilleure combinaison $Do, z_e$ , selon $\log g - Te$	206
12. La meilleure combinaison $Do, z_e$ , échantillon limité	212
13. La meilleure combinaison $Do, z_e$ , échantillon limité	213
14. La meilleure combinaison $Do, z_e$ , échantillon limité	214
15. La meilleure combinaison $Do, z_e$ , échantillon limité	215
16. Les champs du MCT et la région couverte par le SB	217
17. La meilleure combinaison $Do, z_e$ , dans la région SB	215
18. La meilleure combinaison $Do, z_e$ , dans la région SB	215

## REMERCIEMENTS

Entre le moment où on a l'intention de faire un doctorat et le dépôt de la thèse, il s'écoule un temps relativement long. Si de plus, on a une vie le moins le moins mouvementée, il est fort possible que la liste des gens à remercier s'allonge durant cet intervalle. Puisque c'est mon cas et que j'ai la ferme intention de n'oublier personne, alors ça sera long!

Pour son soutien initial, je veux tout d'abord remercier Danielle. A l'époque reculée du début de ce travail, elle était enceinte de Julien qui, soit dit en passant, est né il y a exactement six ans! De l'époque de la scolarité, je retiens la complicité de Roger Coziol et de Pierre Chayer ainsi que les cours de Claude Carignan. Les liens avec Claude se sont depuis élargis. Il a été coauteur de mon premier article et heureux récipiendaire d'un poisson d'avril au féminin. Je remercie aussi France Allard qui a été, à son retour d'Allemagne, une des rares personnes avec qui je pouvais parler quotidiennement de sous-naines! Je veux également remercier François Wesemael pour tout ce qu'il m'a appris lors de la mise en chantier du premier article. De ses remarques pas toujours faciles jusqu'aux dernières discussions au moment de la publication du deuxième chapitre, François a joué un rôle important dans la réalisation de cette thèse.

Le temps a passé et la vie s'est activée. J'ai rédigé avec Marc Séguin *Astronomie et astrophysique*, un ouvrage de plus de 500 pages. Inutile de dire que d'un côté comme de l'autre, mes collaborateurs ont parfois eu à faire preuve de patience à mon égard! Je les en remercie.

Pour donner le dernier coup, j'ai pu compter sur le soutien de mes proches, famille, amis et amies que je ne nommerai pas tous (toutes) ici à l'exception peut-être de mes parents qui, le soir du lancement de *Astronomie et astrophysique*, ont discrètement et efficacement mandaté mon directeur de recherche afin qu'il me botte le derrière! Durant la dernière année, ce sont mes collègues

professeurs et mes élèves qui ont été conciliants avec moi. Je tiens également à remercier Suzanne pour son soutien et pour m'avoir enduré durant cette période. A mes enfants Maude et Julien, je désire présenter mes excuses pour les jours où la patience du papa monoparental, professeur, auteur et chercheur n'était pas toujours à la hauteur.

Bien que réalisé de façon assez solitaire, le dernier chapitre n'aurait pu prendre forme sans la collaboration essentielle de Robert Lamontagne et de Pierre "piton" Bergeron. Je désire également remercier tous les autres membres du groupe d'astronomie. Tous et toutes contribuent à rendre l'atmosphère de travail très agréable et j'y ai passé de très belles années. Un collaborateur de longue date du groupe des dégénérés mérite une attention particulière. Il s'agit de l'unique A. Talon.

Pour terminer, je désire remercier tout spécialement mon directeur de recherche Gilles Fontaine. Depuis que je le connais, et cela remonte à presque 20 ans, il a toujours été pour moi une source d'inspiration. Je ne le remercierai jamais assez pour la confiance qu'il a toujours eue en moi. C'est un cadeau très précieux que j'ai pu utiliser dans les moments les plus difficiles comme les plus heureux. Jamais il n'a semblé douter de l'issue de ce long travail. Il a toujours eu cette façon subtile et tellement efficace d'aller chercher le meilleur de ce que je pouvais donner. Pour tout cela, merci Gilles. Ce meilleur qu'il est allé chercher, il est maintenant à votre portée. Bonne lecture!

*A tous ceux et celles qui ont illuminé ma vie,  
en particulier Maude et Julien.*



## INTRODUCTION

L'astrophysique regorge de sujets d'étude extraordinairement passionnants. Spontanément, on pense à la cosmologie, la recherche de la nature de la mystérieuse matière sombre, l'étude des trous noirs ou encore celle des quasars pour n'en nommer que quelques uns. Pourquoi alors une thèse en astrophysique stellaire — Un champ d'étude à première vue moins excitant, certainement moins à la mode et relativement bien compris par les générations précédentes? On répondra en rappelant que les étoiles sont à l'astrophysique ce que sont les atomes à la chimie. Elles constituent les éléments principaux des structures de l'univers observable en lumière tant visible qu'invisible. Mentionnons de plus qu'elles sont à l'origine de la production des tous les éléments lourds qui, faut-il le rappeler, sont les constituants principaux des êtres vivants que nous sommes!

Au delà de son aspect fondamental, l'astrophysique stellaire recèle un aspect extrêmement intéressant: l'étude de l'évolution des étoiles. C'est d'ailleurs en comprenant le cycle de la vie des étoiles qu'il a été possible d'obtenir une description unifiée des très nombreux types d'étoiles qu'on rencontre dans l'Univers. Le défi posé par l'étude de l'évolution des étoiles a été comparé à celui de la biologie il y a de cela plus de deux siècles par l'astronome William Herschel. Dans son analogie, il invite les astronomes à identifier le lien temporel qui existe entre les diverses catégories d'étoiles qui peuplent le ciel de la même façon que le biologiste associe la jeune pousse d'érable à l'arbre mature qui se trouve à ses cotés. D'aspects complètement différents, ces deux végétaux ne représentent pourtant que deux étapes distinctes de la vie d'un même arbre.

C'est dans cette optique d'évolution que nous avons abordé l'étude des étoiles sous-naines riches en hydrogène de type B qu'on désignera plus simplement dans ce qui suit par sdB. La

découverte puis la catégorisation d'un nouveau type d'étoile s'accompagne toujours de la question de son statut évolutif. Quels types d'étoiles deviennent des sdB? Combien de temps une étoile passe-t-elle à ce stade? Que deviennent ensuite les sdB? Les réponses à ces questions fondamentales n'ont pris forme que pendant les années 80. Avant de les exposer puis de situer notre contribution à la compréhension de l'évolution de ces objets, revenons dans le passé à l'époque de la mise en évidence des premières sdB.

## 1. LA DÉCOUVERTE DES sdB

Au niveau observationnel, les sdB appartiennent à la catégorie des étoiles bleues de faible intensité (*Faint Blue Stars*) qu'on désignera plus simplement dans ce qui suit par FBS. On les retrouve surtout près des pôles galactiques, soit bien au dessus ou en dessous du disque de notre galaxie. Cela n'exclut pas qu'il en existe au sein du disque. Comme nous le verrons plus loin, on en retrouve là aussi, elles y sont tout simplement plus difficiles à déceler. Cela vient du fait que le disque de la galaxie recèle d'importantes quantités de poussière interstellaire. Comme on le sait, cette dernière atténue de manière particulièrement efficace l'intensité de la lumière bleue nous provenant des objets célestes. Cela est critique pour les FBS qui émettent surtout de la lumière bleue et qui ont, par définition, une faible intensité.

C'est en 1947 qu'Humason et Zwicky publièrent la première liste de FBS découvertes jusqu'alors. Les années 50 virent se multiplier les nouvelles découvertes de FBS ainsi que les premières analyses individuelles de ces étoiles (photométrie et spectroscopie). Ces analyses révélèrent que les FBS ne formaient pas une catégorie homogène d'étoiles. Les premières classifications qualitatives de Greenstein (1960 et 1966) furent suivies d'une série d'analyses quantitatives basées sur l'utilisation de modèles d'atmosphère. La publication en 1974 par Greenstein

et Sargent (GS74) de l'analyse détaillée de 189 FBS a jeté les bases de la classification moderne des FBS au sein de laquelle on retrouve les sdB.

Il allait de soi que les FBS ne pouvaient constituer une seule catégorie d'étoile. En effet, une étoile peut être bleue et de faible intensité pour des raisons physiques très différentes. Dans tous les cas, l'excès de bleu en lumière visible provient d'une température assez élevée. En effet, dès qu'une étoile atteint ou dépasse les 10 000 K, elle émet d'avantage de lumière bleue que de toutes les autres lumières visibles. Par contre, plus une étoile est chaude, plus elle émet de lumière. En effet, la loi de Stefan-Boltzmann nous apprend que chaque centimètre carré de sa surface émet proportionnellement à la quatrième puissance de sa température. Ainsi, pour que des étoiles chaudes comme les FBS soient détectées depuis la Terre avec une faible intensité, il faut qu'elles soient très éloignées de nous ou bien très petites.

C'est ce que GS74 a mis en évidence. Les FBS sont constituées d'un mélange d'étoiles normales de type B situées très loin de nous, de naines blanches situées très près de nous et extraordinairement petites, ainsi que d'étoiles de la branche horizontale situées à des distances moyennes et dont la taille est intermédiaire. En plus de ces catégories déjà bien connues des astronomes, on y retrouve des étoiles dites de la *branche horizontale étendue*. Ces dernières se divisent en deux catégories:

Les sdB, dont la taille est inférieure à celle des étoiles normales (cela se traduit par une valeur moyenne de la gravité de surface exprimée par  $\langle \log g \rangle = 5.5$ ), dont la température effective se situe entre 20 000 et 35 000 K et dont l'atmosphère est constituée presque exclusivement d'hydrogène.

Les sdO, dont la taille est légèrement inférieure à celle des sdB ( $\langle \log g \rangle = 6,0$ ), dont la température effective est supérieure à 35 000 K et dont l'atmosphère est relativement riche en hélium.

Pour ces deux catégories, la masse estimée est de l'ordre de 50% de la masse du Soleil et la luminosité de l'ordre de 10 à 50 fois celle du Soleil.

GS74 a mis en évidence une dernière propriété concernant à la fois les étoiles de la branche horizontale, les sdB et les sdO. Ces trois groupes semblent former une séquence continue au sein de laquelle la température et la gravité de surface obéissent à une progression unique donnée par la relation approximative  $\log g (\theta)^4 = 2,3$  où  $\theta = 5044/T_{\text{eff}}$ . Cette progression est illustrée à la figure 1 et montre que plus une étoile appartenant à une des trois catégories est chaude, plus sa gravité de surface est élevée.

Disposant d'un système de classification cohérent pour les FBS, on a pu enfin se pencher sur les questions relatives au statut évolutif des sdB et des sdO.

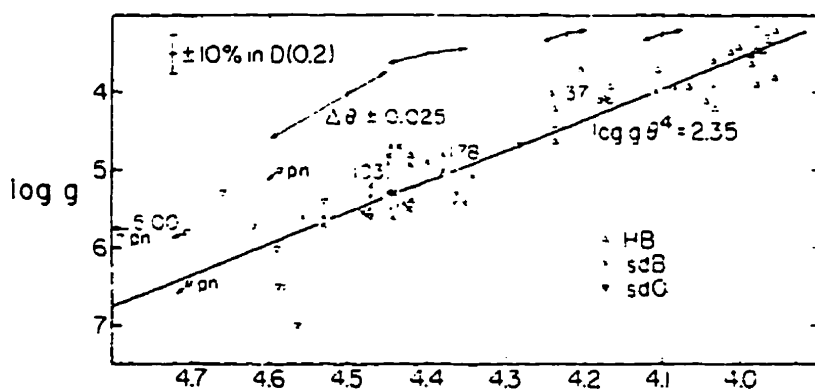


Figure 1. Relation entre la gravité de surface et la  $T_{\text{eff}}$ .

Extraite de l'article de GS74, cette figure illustre la relation pour les étoiles de la branche horizontale (HB), les sdB et les sdO.

## 2. LE STATUT ÉVOLUTIF DES sdB

### 2.1 L'évolution des étoiles

La relation entre la gravité de surface et la température effective des étoiles de la branche horizontale, des sdB et des sdO a servi de point de départ aux spéculations concernant autant le passé que l'avenir des sdB. Avant d'aller plus avant dans cette direction, il nous semble approprié de rappeler ce qu'on connaissait de l'évolution des étoiles normales à l'époque de GS74. En effet, ce n'est que par rapport à ce schéma établi qu'on pourra comprendre la place qu'occupent les étoiles qui nous intéressent ici.

Imaginons qu'on obtienne les valeurs de la luminosité de surface et de la température de surface d'un grand nombre d'étoiles prises au hasard au voisinage du Soleil. Si on porte ces valeurs sur un graphique de la luminosité en fonction de la température en inversant le sens habituel de l'axe de température, on obtient invariablement une disposition comme celle de la figure 2 adaptée de Séguin et Villeneuve (1995). Il s'agit d'un diagramme HR du nom des astronomes Hertzsprung et Russell, deux pionniers de l'étude des étoiles.

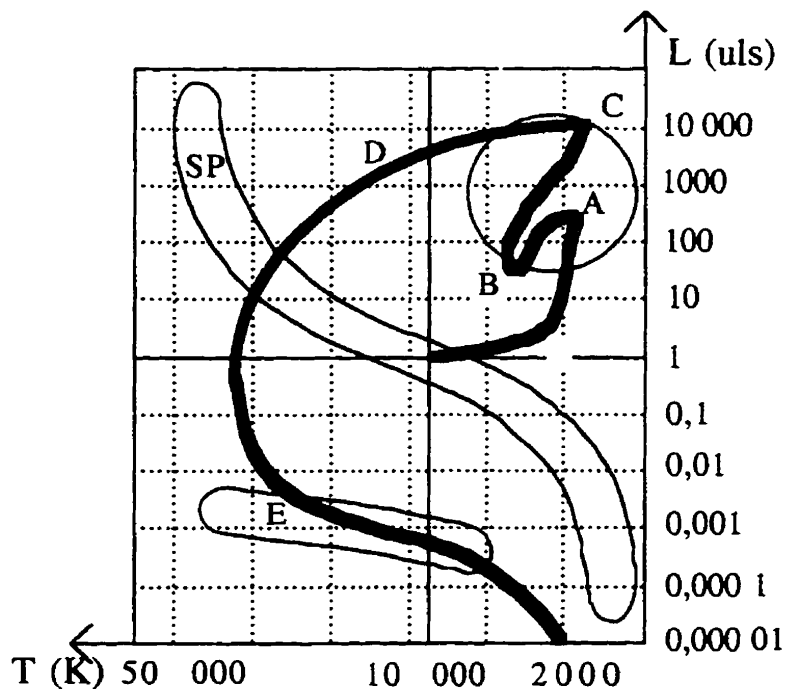


Figure 2. Diagramme HR et évolution des étoiles.

Environ 80% des étoiles se situent sur la série principale (SP). Le 20% restant se distribue dans les régions des étoiles géantes (A) et des naines blanches (E). La forme plus ou moins diagonale de la série principale se comprend aisément. Plus une étoile est chaude, plus sa luminosité totale est élevée. Les géantes sont des étoiles froides dont seule une taille démesurée permet d'émettre autant de lumière tandis que le raisonnement inverse s'applique pour les naines blanches qui, bien que très chaudes, n'émettent que peu de lumière en raison de leur très petite taille.

Le fait qu'on trouve si peu de géantes par rapport aux étoiles de la série principale, est lié à la façon dont les étoiles évoluent avec le temps. Durant l'essentiel de sa vie, une étoile possède une luminosité et une température assez constantes. Ces deux valeurs la situent sur la série principale. Les transformations qui accompagnent la fin de la vie sur la série principale l'amènent à se déplacer dans le diagramme vers la région des géantes. Le temps durant lequel une étoile a l'aspect d'une géante est beaucoup plus court que celui passé sur la série principale. C'est ce qui explique que dans un échantillon représentatif d'étoiles observées à un moment donné, il y ait beaucoup moins de géantes que d'étoiles de la série principale.

L'absence d'étoiles sous-naines sur la figure 2 peut nous indiquer deux choses. Soit que cette phase de la vie d'une étoile est très courte ce qui expliquerait que dans un échantillon donné, la probabilité d'en retrouver un nombre important est faible. Soit que peu d'étoiles passent par cette phase d'évolution. Ainsi, la probabilité de retrouver un nombre important d'étoiles marginales dans un échantillon donné est faible. On verra plus loin que la réalité est une combinaison de ces deux possibilités.

La figure 2 illustre aussi le chemin évolutif d'une étoile typique dont la masse égale celle de notre Soleil. Cette trajectoire ne nous donne pas d'indication quant aux durées de chacune des étapes. Nous allons tenter dans ce qui suit d'expliquer les

principaux mécanismes à l'origine des différentes transformations que subit cette étoile typique.

Pendant sa vie sur la série principale, le coeur de l'étoile est le siège de réactions de fusion thermonucléaire transformant quatre noyaux d'hydrogène en un noyau d'hélium. Ces réactions exothermiques se produisent à un rythme approximativement constant pendant l'essentiel de la vie de l'étoile, soit près de 10 milliards d'années. C'est ce qui maintient la température et la luminosité à peu près constantes pendant la vie sur la série principale.

Au fur et à mesure que le temps passe, le coeur s'enrichit d'hélium qui, aux températures caractéristiques de la série principale, est inerte du point de vue des réactions nucléaires. Ces cendres nucléaires vont tendre à s'accumuler vers le centre de l'étoile. Cela libérera une certaine quantité d'énergie gravitationnelle qui réchauffera le coeur permettant ainsi d'élargir la région où la combustion de l'hydrogène est possible. Le volume total au sein duquel les réactions se produisent a ainsi tendance à augmenter au fur et à mesure que l'étoile vieillit. C'est cela qui est à l'origine de la légère augmentation de la luminosité des étoiles de la série principale au cours de leur vie.

Après avoir brûlé environ 10% de sa masse, le processus décrit ci-haut s'accélère à un rythme effréné. Plus l'étoile produit de l'hélium, plus ce dernier s'accumule vers les régions centrales. Cela augmente ainsi la température qui, elle, augmente le rythme et le volume de la région où s'opèrent les réactions nucléaires. La production d'énergie s'emballe. Le surplus produit pousse littéralement les couches externes de l'étoile vers l'extérieur. C'est cela qui est à l'origine du refroidissement de la surface de l'étoile qui accompagne sa montée en luminosité alors qu'elle devient une géante rouge et atteint une luminosité 100 fois plus grande que celle qu'elle avait sur la série principale (A sur la figure).

Ce processus, dit d'ascension de la branche des géantes rouges, ne dure qu'environ 500 millions d'années. Durant cette période, l'étoile ne fait pas que gonfler, elle expulse une partie de sa masse vers l'extérieur par l'intermédiaire d'un fort vent stellaire pouvant atteindre jusqu'à  $10^{-5} M_{\odot}/\text{an}$ . Après ce laps de temps, le coeur d'hélium a atteint une température telle qu'il devient alors lui aussi un combustible nucléaire. Par la réaction triple alpha, trois noyaux d'hélium se combinent pour former un noyau de carbone.

Au cours de l'effondrement qui précède l'allumage de l'hélium, la densité centrale devient telle que le plasma ambiant devient alors un gaz dégénéré. Dans cet état particulier, la pression du gaz n'est pas liée à la température ambiante. Elle est dominée par l'espacement moyen entre les électrons, tant et si bien que la température d'ensemble du noyau est à peu près uniforme. Cette dernière augmente par suite de l'effondrement du coeur jusqu'à ce que tout le coeur atteigne la température permettant la fusion de l'hélium en carbone. C'est alors tout le coeur de l'étoile qui s'embrase d'un seul coup. C'est le flash de l'hélium. Ce flash libère une importante quantité d'énergie dans une temps très court. Cet événement est à l'origine de l'expulsion d'une partie de la matière des couches externes de l'étoile. Cette libération a aussi pour effet de faire disparaître l'état de dégénérescence du coeur en séparant les particules auparavant trop rapprochées les unes des autres.

Le retour à l'état "normal" a pour effet de ramener un profil de température habituel au sein de l'étoile. Le coeur étant la partie la plus chaude, le lieu où le rythme des réactions nucléaires est le plus élevé. Après le flash, l'étoile se retrouve sur la branche horizontale (B sur la figure) caractérisée par une combustion d'hélium au centre accompagnée par de la combustion d'hydrogène dans une couche entourant le coeur d'hélium. L'effet global de ces réactions est moindre que celui qui prévalait au plus



fort de la phase géante tout en produisant une luminosité supérieure à 10 fois celle qui caractérise la série principale.

La figure 2 ne laisse guère entrevoir l'aspect "horizontal" de la branche. Cet aspect s'est révélé aux astronomes qui étudiaient les diagrammes HR d'amas globulaires. Ces amas sont constitués de plusieurs centaines de milliers à quelques millions d'étoiles ayant toutes le même âge. Bien que la phase de la branche horizontale soit relativement courte, de l'ordre de 100 millions d'années, le diagramme HR d'un tel amas montre toujours plusieurs étoiles rendues à cette étape de leur vie. La branche prend alors la forme d'un regroupement plus ou moins horizontal d'étoiles s'étalant vers la gauche par rapport au point B sur la figure. La position qu'occupe une étoile donnée sur la branche est fonction de la masse qui lui reste après le flash de l'hélium. Une étoile ayant perdue plus de masse qu'une autre lors du flash exhibera une surface plus chaude et se retrouvera plus à gauche. En effet, ce qui lui tient lieu de surface correspond à une partie qui se retrouve à l'intérieur de l'autre. Les luminosités de ces deux étoiles sont sensiblement les mêmes puisque la plus chaude est plus petite que l'autre. Sa faible masse ne permettant pas de maintenir un rythme aussi élevé de réactions nucléaires, sa gravité de surface sera plus grande, elle sera d'avantage effondrée sur elle-même.

Comme on le mentionnait plus tôt, cette période est de courte durée. Un processus d'accumulation des cendres nucléaires semblable à celui qui marque le passage de l'étoile de la série principale à la phase géante se met en marche à un rythme accéléré par le taux élevé des réactions nucléaires. L'étoile quitte alors la branche horizontale pour monter ce qu'on appelle la branche asymptotique et devenir une supergéante (C sur la figure). Le coeur de carbone s'effondre en se réchauffant. Il entraîne avec lui la couche d'hélium qui finit par atteindre la température nécessaire pour fusionner. Cette dernière est suivie par des couches fraîches d'hydrogène qui peuvent à leur tour

fusionner en raison de l'élévation de la température. Notons qu'une étoile de la masse du Soleil ne possède pas la gravité qu'il faut pour allumer son coeur de carbone. Le rythme des réactions périphériques s'accélère et atteint un niveau tel que la luminosité de l'étoile devient 10 000 fois celle de la série principale. La libération d'énergie est si grande qu'au bout de quelques millions d'années, l'étoile expulse une bonne partie de sa masse vers l'extérieur. Elle s'enveloppe alors d'une énorme couche de matière en expansion.

A cause de son aspect, on dit qu'elle est devenue une nébuleuse planétaire (région D sur la figure). Elle traverse alors le diagramme HR vers la gauche à luminosité à peu près constante. Sa température de surface augmente alors que sa taille diminue par suite de l'effondrement du coeur. Une fois les réactions nucléaires stoppées, ne reste plus qu'un coeur de carbone éteint et inerte du point de vue nucléaire. L'étoile plonge alors vers le bas du diagramme HR. Toute chaude qu'elle soit, elle devient de plus en plus petite jusqu'à ce que le coeur de l'étoile devienne dégénéré et que la pression de dégénérescence stoppe une fois pour toutes son effondrement. L'étoile est devenue une naine blanche (région E sur la figure). Sa température et sa luminosité chuteront lentement sur des temps caractéristiques de plusieurs milliards d'années. C'est la fin de la vie de l'étoile.

## 2.2 *Les premières hypothèses*

La relation entre la gravité de surface et la température effective mise en évidence par GS74 constitue la première piste à suivre pour déterminer le statut évolutif des sdB et des sdO. GS74 suggère explicitement que ces deux catégories d'étoiles représentent des étapes évolutives apparaissant après un passage sur la branche horizontale. Les énormes différences de compositions chimiques superficielles étant probablement causées par une combinaison de mélange due à la convection et de diffusion gravitationnelle entraînant les éléments lourds vers l'intérieur de l'étoile. Ainsi, pour expliquer l'évolution des sdB et

des sdO, il faudrait qu'une étoile, après avoir passé un certain temps sur la branche horizontale, se mette à dériver vers la gauche au lieu de monter la branche asymptotique et devenir une supergéante. Pendant cette dérive, la gravité et la température augmenteraient toutes deux à un rythme tel que la diminution de taille associée à l'augmentation de la gravité compenserait l'augmentation de température de façon à ce que la dérive se fasse à luminosité à peu près constante.

L'étoile se présenterait d'abord sous l'aspect d'une sdB dont l'abondance en hélium chuterait sous l'effet de la diffusion au fur et à mesure que la dérive vers la gauche se produirait. Pendant tout ce temps, il faut réaliser qu'une zone de convection associée à l'ionisation partielle de l'hélium est présente à l'intérieur de l'étoile. Cette zone se situe, en gros, dans une région où la température est de l'ordre de 40 000 K. Le réchauffement de la surface de l'étoile s'accompagne évidemment d'un réchauffement de son intérieur. Cela a pour effet de déplacer la zone de convection de l'intérieur vers l'extérieur. La zone étant en effet à la remorque de la région caractérisée par une température d'environ 40 000 K. Une fois que la température de la surface atteint cette valeur, le sommet de la zone de convection touche la surface et traîne avec lui une importante quantité d'hélium. C'est ce qui provoquerait le changement brutal de composition chimique caractéristique de la transition sdB-sdO.

Ce scénario est, à première vue, très attrayant et des calculs statiques d'enveloppes stellaires auxquelles on attribue les valeurs appropriées de température effective et de gravité illustrent le déplacement de la zone de convection vers la surface (Winget et al. 1980, Wesemael et al. 1981 et Villeneuve 1982). Par contre, pour y croire, il faut trouver des objets qui, naturellement, traversent effectivement le diagramme HR de cette façon!

Les modèles évolutifs dont disposent GS74 sont situés trop à droite et ont tendance à monter la branche asymptotique. Il s'agit

du comportement standard décrit plus haut. Il existe aussi des modèles situés trop à gauche. Ce sont ceux de Paczynski (1971) qui décrivent l'évolution d'une étoile de la série principale à l'hélium. Il s'agit de modèles d'étoiles constituées exclusivement d'hélium au sein desquelles se déroulent des réactions de fusion d'hélium en carbone. L'effet de l'accumulation des cendres nucléaires déplace ces étoiles légèrement vers la droite pour ensuite les propulser vers la gauche puis, ultimement, vers le bas du diagramme HR. Bref, aucun des modèle évolutifs disponibles à l'époque ne passe par la région du diagramme HR occupé les sdB.

La situation n'en resta pas là et, dès 1978, Caloi et al. publient des modèles d'âge zéro de ce qu'ils appellent la branche horizontale étendue. Ces modèles couvrent tout l'espace entre l'extrémité chaude de la branche horizontale et la série principale à hélium. L'astuce est simple. Partons de la série principale à l'hélium. Une étoile de cette série pourrait n'être qu'une géante qui a perdu tout son hydrogène lors du flash de l'hélium. Ajoutons lui un peu d'hydrogène en surface pour simuler une perte moins importante des couches externes sans pour autant modifier sa masse totale. Elle se déplacera alors naturellement vers la droite parce que plus froide. C'est ainsi qu'on comble l'espace entre la série principale à l'hélium et l'extrémité gauche de la branche horizontale laquelle correspond à un contenu d'hydrogène de l'ordre de 5% de la masse totale. En 1985, Castellani publie la trajectoire évolutive d'une de ces étoile possédant 50% de la masse du Soleil. La figure 3 illustre ce résultat (C) dans un diagramme HR modifié. Ici, l'axe vertical correspond à la gravité de surface. Plus cette dernière est faible, plus la taille de l'étoile est grande et, par conséquent, plus elle sera lumineuse pour une température donnée. Ainsi, une étoile en haut à gauche dans ce diagramme correspond à une étoile chaude et lumineuse comme dans un diagramme HR normal.

On reconnaît sur la figure 3, la série principale à l'hélium (He-m.s.) ainsi que la trajectoire évolutive d'une étoile de 50% de

la masse du Soleil qui quitte la série principale à l'hélium (P) obtenue par Paczynski (1971). On y retrouve aussi la branche horizontale étendue d'âge zéro (ZAEHB) qui rejoint en haut à droite l'extrémité gauche de la branche horizontale (ZAHB).

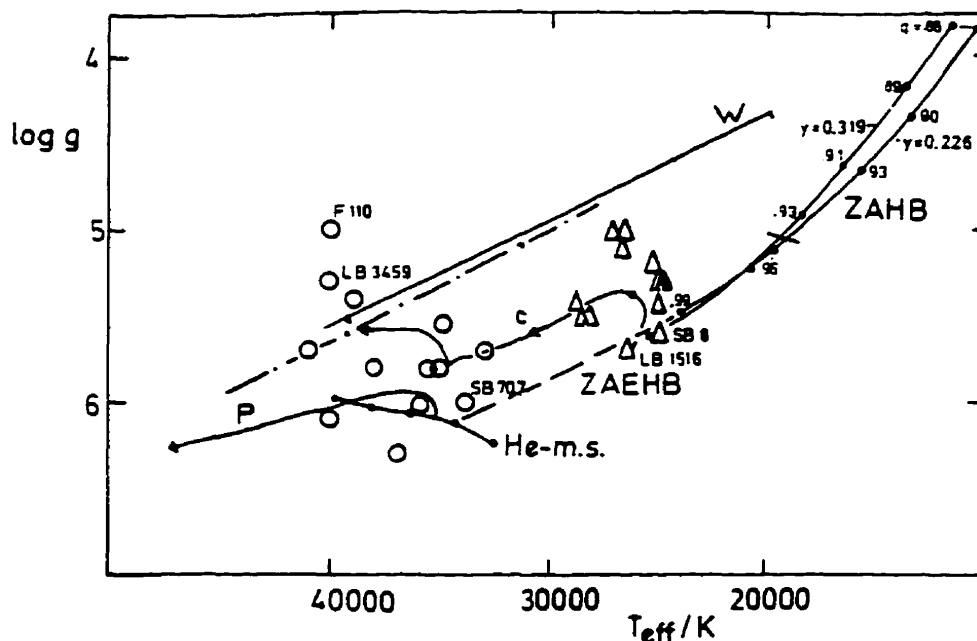


Figure 3. Les sous-naines dans un diagramme gravité- $T_{\text{eff}}$ . On retrouve sur cette figure adaptée de Heber (1986) quelques sdB (triangles) et sdO (cercles) ainsi que la série principale à l'hélium (He-m.s.), les branches d'âge zéro horizontale (ZAHB) et horizontale étendue (ZAEHB). On peut aussi y suivre les chemins évolutifs (C, P et W).

Une approche complètement différente a été proposée pour expliquer la dérive des sdB et sdO au sein du diagramme HR. Il s'agit simplement de la contraction gravitationnelle d'un coeur de carbone inerte du point de vue des réactions nucléaires. Ce modèle présenté par Winget et al. (1981) est le premier qui traverse la région appropriée du diagramme HR. On retrouve d'ailleurs cette trajectoire (W) sur la figure 3. Le temps pendant lequel les étoiles dérivent dans la région appropriée est très court et est de l'ordre de  $3 \times 10^5$  années. Ce modèle a servi à une série de calculs évolutifs tenant compte des effets de la diffusion de l'hélium atmosphérique vers l'intérieur de l'étoile et de l'impact de l'arrivée de la zone de convection due à l'hélium à la surface. Villeneuve (1982) a montré que l'arrivée de la dite zone ne

pouvait pas expliquer la transition sdB-sdO correctement. L'enrichissement de la surface en hélium se produit bel et bien mais son effet ne perdure pas, la diffusion par la base de la zone de convection a vite fait de vider la surface.

### 2.3 L'hypothèse actuelle

Le problème de la transition sdB-sdO s'est révélé être, en bout de piste, un faux problème. La multiplication des analyses individuelles a montré que la catégorie des sdO constitue un ensemble complexe d'objets couvrant une très large gamme de luminosités, de compositions chimiques et de températures effectives pouvant atteindre jusqu'à 100 000 K. La découverte en 1975 par Baschek et Norris d'une catégorie intermédiaire, les sdOB, plus chaude que les sdB et contenant des quantités d'hélium de l'ordre de celles qu'on retrouve dans le Soleil a aussi contribué à modifier la perspective. La figure 4 tirée de Vauclair et Liebert (1986) illustre l'espace occupé dans le diagramme HR par les trois catégories d'étoiles. On s'entend aujourd'hui pour dire que les sdB et les sdOB forment une seule catégorie de sous-naines riches en hydrogène et liées par une même évolution. Nous abandonnons donc à ce point de notre exposé l'étude du statut évolutif des sdO pour se concentrer sur celle du statut des sdB et des sdOB qu'on nommera à partir de maintenant sdB.

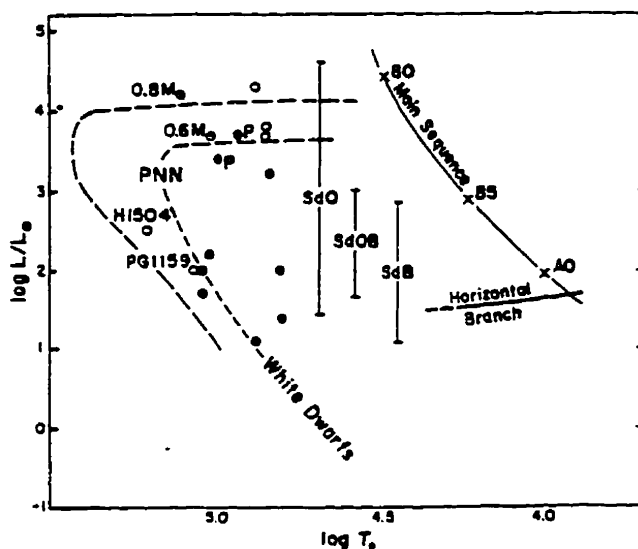


Figure 4. Les sdB, sdOB et sdO dans le diagramme HR.

Il nous reste à déterminer lequel des deux modèles évolutifs traversant la région des sdB correspond à la réalité. Trancher cette question nous ramène un peu à l'époque lointaine où l'astrophysique stellaire cherchait à déterminer la source d'énergie des étoiles. En effet, vers 1860, Lord Kelvin supposa que l'énergie émise par le Soleil était produite par son effondrement gravitationnel. Il en arriva à estimer qu'au rythme où le Soleil émet son énergie, il en avait pour 30 millions d'années à vivre en tout. C'est bien peu comparé aux 10 milliards d'années qu'il doit vivre sur la série principale en fusionnant de l'hydrogène en hélium. Les modèles de Castellani (1985) puis, ceux plus récents de Dorman et al. (1993) traversent la région des sdB en 150 millions d'années. L'écart entre ceux ci et le modèle de Winget et al. (1981) est du même ordre que celui qu'on retrouve entre l'analyse de Kelvin et celle qu'on fait de nos jours

Pour traverser la région appropriée du diagramme HR, le modèle de Winget et al. supposait au départ une étoile dont le coeur est complètement transformé en carbone. Pour obtenir pareille étoile, il faut une phase de combustion nucléaire préalable qui ne peut se dérouler qu'en quelque part entre la branche horizontale et la série principale à l'hélium. Aucune de ces étoiles ne termine sa combustion d'un seul coup pour ne laisser qu'un coeur de carbone en effondrement. Toutes passent par une période de brûlage de l'hélium en couche au dessus du coeur de carbone en effondrement. Toutes finissent par n'avoir qu'un coeur de carbone en effondrement une fois la séquence de brûlage en couche terminée. Or, cet épisode obligatoire modifie leur aspect et les déplace sur le diagramme HR. Pour certaines, ce déplacement les amènent à gravir la branche asymptotique alors que pour les autres, c'est à gauche de la région des sdB qu'elles se retrouvent au moment de l'effondrement. Nous nous devons donc aujourd'hui de rejeter ce modèle qui ne traverse la région appropriée du diagramme HR que par suite du démarrage ad hoc du processus d'effondrement. Ce modèle garde toutefois son importance historique. Il a entre autre été le premier à fournir

des données utilisables pour analyser et clarifier le statut de la transition sdB-sdO.

Le portrait dont on dispose aujourd'hui est le suivant. Après une vie normale sur la série principale, une étoile atteint la phase géante et subit un flash d'hélium particulièrement violent. Il en reste une étoile d'environ 50% de la masse du Soleil munie d'une enveloppe d'hydrogène qui représente moins de 1% de sa masse totale. Elle se retrouve alors sur la branche horizontale étendue d'âge zéro à une position qui dépend de la quantité d'hydrogène qui lui reste. Elle brûle de l'hélium en carbone dans son coeur. Le processus d'accumulation des cendres nucléaires produit son effet habituel. La combustion se développe donc en couche autour d'un coeur de carbone qui se rétrécit à cause de l'action de la gravité. L'étoile entreprend de se déplacer dans la région des sdB. Au début, elle monte un peu vers la droite à cause du surplus d'énergie libérée par le brûlage en couche puis, vers la gauche. Dorman et al. (1993) montre que ce virage à gauche vient de l'incapacité du brûlage en couche de produire l'énergie suffisante pour effectuer la montée sur la branche asymptotique caractérisée par une augmentation de la taille. Au contraire, la taille diminue. L'effondrement gravitationnel l'emporte sur l'expansion causée par le brûlage en couche. La température de surface augmente et la taille diminue jusqu'à ce que le brûlage en couche se termine. L'étoile quitte la région des sdB après un séjour total d'environ 150 millions d'années et plonge alors vers le bas du diagramme HR pour devenir une naine blanche. Seules les étoiles dont la masse est inférieure à 49,5% de la masse du Soleil suivent une trajectoire de ce type. Toutes les autres montent la branche asymptotique. La figure 5 illustre assez bien ce portrait. On y retrouve le chemin évolutif de Dorman et al. (1993) ainsi qu'un nombre important de sdB représentées par des "x". On notera que cette figure comporte un axe vertical inversé par rapport à l'orientation habituelle des diagrammes HR.



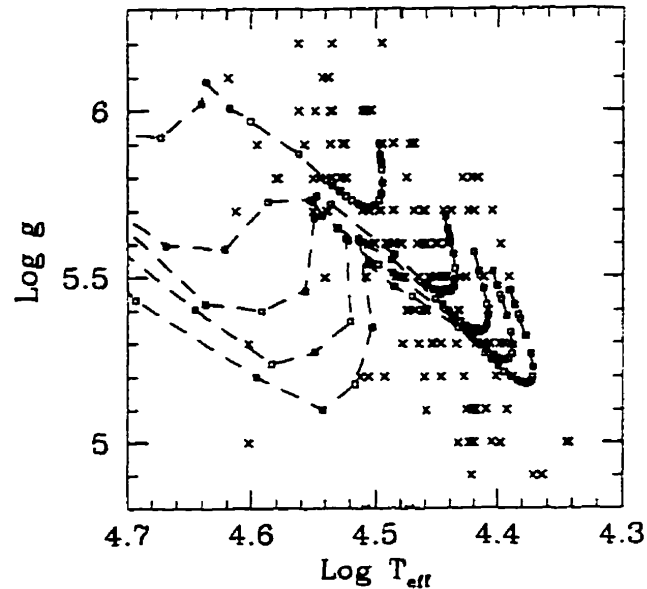


Figure 5. Les sdB et le modèle actuel de leur évolution. Les "x" correspondent à des sdB connues. Les carrés reliés par des traits représentent les chemins évolutifs calculés par Dorman et al. (1993).

Malgré la cohérence interne de cette description, plusieurs questions fondamentales demeurent. Quelles sont les conditions qui donnent naissance à une étoile de la branche horizontale étendue d'âge zéro? Qu'est-ce qui fait que pour une étoile donnée, le flash de l'hélium produit les effets nécessaires à son arrivée sur cette branche? Quelle fraction des étoiles de la série principale passent par cette phase? Ce passage est-il causé par de subtiles différences de compositions chimiques comme on en retrouve entre les diverses populations d'étoiles de la galaxies?.

### 3. L'OBJECTIF DE CE TRAVAIL

L'objectif de ce travail s'inscrit dans la recherche des réponses aux questions fondamentales évoquées ci-haut.

5

Concrètement, nous avons choisi d'étudier la distribution spatiale des étoiles sdB au sein de notre galaxie.

La connaissance de la distribution observée nous permettra de déterminer à quel type de population appartiennent les sdB. En effet, les étoiles les plus vieilles de notre galaxie sont distribuées dans un immense halo sphérique tandis que les plus jeunes sont regroupées au sein du plan de la galaxie. Selon la hauteur caractéristique de la distribution des sdB au dessus du plan de la galaxie, on pourra, ou non, aiguiller les recherches des conditions préalables à l'atteinte du statut de sdB autour de la composition chimique particulière des étoiles du halo.

La connaissance de la distribution observée nous permettra de déterminer la densité spatiale des sdB. En combinant cette quantité au temps évolutif des sdB, il sera possible d'évaluer le taux de naissance et de mortalité des sdB. Il sera alors possible de comparer ce taux de mortalité à celui bien connu du taux de naissance des naines blanches. Puisque toutes les étoiles dont la masse est inférieure à environ sept ou huit fois celle de notre Soleil deviennent des naines blanches, la comparaison nous indiquera quelle fraction des naines blanches existantes est issue des sdB. Ce résultat est fondamental puisqu'il nous indique, au delà de toutes considérations théoriques, la fréquence réelle et directement observée d'apparition des sdB par rapport à celle, considérée normale, d'apparition d'étoiles sur la branche horizontale. La fraction de naines blanches issues des sdB nous indiquera directement la probabilité de l'occurrence du flash d'hélium si particulier dont nous parlions plus haut.

### *3.1 Les moyens pour y arriver*

Pour étudier la distribution spatiale des étoiles sdB au sein de notre galaxie, il nous faut obtenir un échantillon statistiquement complet de sdB dans une région donnée du ciel. Pour être complet, un tel échantillon doit contenir la liste de *toutes* les sdB qui existent au sein des limites de la région choisie.

Une fois qu'on dispose d'une telle liste, il nous faut déterminer la position de chacune des étoiles par rapport au plan de la galaxie. Une fois ces informations en main, on peut dire qu'on dispose de la distribution spatiale observée. Il nous restera à la caractériser en terme de  $z_e$ , la hauteur caractéristique au dessus du plan de la galaxie et de  $D_o$ , la densité spatiale au sein du plan de la galaxie.

Depuis l'étude des 189 FBS de GS74 au sein desquelles on ne trouvait que 30 sdB, les efforts de recherche de nouvelles sdB se sont multipliés. Mentionnons entre autres, le Palomar-Green survey (PG) (Green et al. 1986), le Kitt Peak-Downes survey (KPD) (Downes 1986), et le Montréal-Cambridge-Tololo survey (MCT) (Demers et al. 1986). Toutes ces recherches ont en commun de procéder à la prise de plaques photographiques en deux couleurs à l'aide de télescopes Schmidt afin de repérer les FBS au sein d'immenses régions du ciel. Par la suite, l'obtention de spectres à faible résolution permet de classer chacune des FBS. Après ce très long travail, on en arrive à une liste de toutes les sdB existantes au sein de la région donnée. C'est ainsi, par exemple, que Green et al. (1986) a répertorié 1715 FBS réparties sur 10 714 degrés carrés de ciel centrés sur le pôle nord galactique jusqu'à une distance correspondant à une magnitude photographique de 16,2. Les sdB dominant l'échantillon, on en retrouve 684.

Cet extraordinaire échantillon statistiquement complet n'est malheureusement pas utilisable tel quel pour faire l'étude de la distribution spatiale des sdB. Puisqu'il s'agit de l'échantillon le plus important des trois que nous avons utilisés pour réaliser notre étude, nous allons poursuivre la description des étapes à franchir pour réussir à utiliser les données du PG pour arriver à nos fins.

On a déjà mentionné que pour réaliser notre étude, il nous faut obtenir la distance qui nous sépare de chacune des sdB dans la région du ciel couverte par le PG. Or, pour y arriver, il faut obtenir des données observationnelles plus complètes que celles

publiées dans le catalogue PG. Compte tenu de la taille de l'échantillon, nous n'avons retenu que les sdB plus brillantes qu'une magnitude photographique de 14,6. Cela a pour effet de réduire le nombre d'étoiles à traiter à 299. C'est ici qu'intervient l'important travail d'observation de Bergeron et al. (1984) et, surtout, de Wesemael et al. (1992). Ces études rendent disponibles les magnitudes photoélectriques Stromgren des 299 étoiles qui nous intéressent en plus de celles d'une partie des sdB du KPD. Ces données ne sont pas suffisantes pour déterminer les distances comme telles, mais constituent une base que nous saurons exploiter plus loin.

Pour mener à bien notre étude, il faut de plus s'assurer, dans la mesure du possible, que l'échantillon comprend bien toutes les sdB de la région. Cela implique qu'il faut vérifier avec soin la classification spectrale et rejeter ou ajouter certaines étoiles au besoin. Pour réaliser ce délicat travail, nous avons bénéficié des analyses spectroscopiques détaillées de Moehler et al. (1990) et de Saffer et al. (1994). Ces études ont permis de rejeter un certain nombre d'étoiles que la classification initiale du PG, faite à partir de spectres à basse résolution, avait injustement insérées au sein des sdB. De plus, les études spectroscopiques détaillées de Fleming et al. (1986) et de Bergeron et al. (1992) portant sur les naines blanches riches en hydrogène mises en évidence par le PG, permirent d'en reclassifier un certain nombre comme sdB à ajouter à la liste initiale. C'est avec ces données en main que Wesemael et al. (1992) a établi des critères basés sur les couleurs photométriques pour épurer le mieux possible l'échantillon des sdB du PG plus brillantes que la magnitude 14,6. Après toutes ces manipulations, l'échantillon sur lequel on travaillera est réduit à 209 étoiles. A titre de comparaison, mentionnons que les études semblables à la nôtre et portant sur la distribution spatiale des sdB ont toutes été réalisées à l'aide d'échantillons beaucoup plus restreints. Par exemple, Heber (1986) 12 étoiles, Downes (1986) 31 étoiles, Moehler et al. (1990)

11 étoiles, Bixler et al. (1991) 75 étoiles et Theissen et al. (1993) 18 étoiles.

Enfin muni d'un échantillon en principe statistiquement complet, nous sommes en mesure d'entreprendre notre étude. Dans la suite de notre exposé, nous allons présenter chacun des articles qui constituent autant de chapitres de cette thèse. La présentation que nous ferons du premier article sera de loin la plus détaillée. C'est en effet dans ce chapitre que nous avons jeté les bases d'une méthode de calcul et d'analyse des données photométriques permettant d'obtenir les paramètres de la distribution spatiale d'un échantillon stellaire donné. On y retrouvera de plus l'exposé de certains détails méthodologiques qui n'apparaissent pas explicitement dans les textes qu'on produit pour des revues très spécialisées comme l'*Astrophysical Journal*, dans laquelle les deux premiers chapitres de cette thèse ont déjà été publiés. La présentation des deux autres chapitres sera orientée vers l'identification des défis particuliers posés par ces nouvelles analyses par rapport à la première. On y exposera par conséquent les nouvelles approches que nous avons dû développer ainsi que les résultats obtenus.

#### 4. PRÉSENTATION DU PREMIER CHAPITRE

Pour atteindre notre objectif, il nous faut d'abord déterminer la distance qui nous sépare de chacune des 209 étoiles de l'échantillon du PG que nous avons retenu. Il est très simple d'obtenir la distance  $d$  à partir de l'équation suivante qui relie la magnitude apparente  $m_v$  à la magnitude absolue  $M_v$  d'une étoile

$$M_v = m_v + 5 - 5 \log d. \quad (1)$$

Cette équation ne tient pas compte des effets de l'extinction causée par la matière interstellaire. Par contre, nous pouvons l'utiliser sans crainte puisque toutes nos étoiles se retrouvent à de hautes latitudes galactiques, hors de portée de l'effet de la

matière interstellaire qui est concentrée dans le plan de la galaxie. Bien que les données du PG autant que celles de Wesemael et al. (1992) contiennent les magnitudes apparentes, on ne possède pas la magnitude absolue de nos étoiles. Les valeurs moyennes des magnitudes absolues visuelles des sdB publiées dans les analyses citées plus haut varient d'une à l'autre entre  $M_v = 3$  et  $M_v = 5,3$ . De pareilles variations induisent une incertitude de plus de 50% sur les distances.

Il y a moyen de faire mieux si on dispose d'éléments supplémentaires. Notons tout d'abord que l'équation (1) n'est en fait qu'une version logarithmique du principe de conservation de l'énergie utilisant les unités de magnitudes propres aux astronomes. On peut la réécrire en égalant  $f_v$ , l'énergie reçue au dessus de l'atmosphère de la Terre par seconde et par unité de surface dans la bande  $v$  à  $F_v$ , l'énergie émise chaque seconde par l'étoile dans cette même bande divisée par  $4\pi d^2$ . La valeur de  $f_v$  est obtenue directement à partir de la magnitude apparente  $m_v$ . Si on connaît la température effective de l'étoile, de même que sa gravité de surface, des modèles d'atmosphère peuvent nous donner l'énergie rayonnée par l'étoile à chaque seconde par unité de surface dans la bande  $v$ . Pour obtenir  $F_v$ , il ne nous suffit plus que de connaître la surface totale de l'étoile donnée par  $4\pi r^2$  où  $r$  est le rayon de l'étoile. Or, le rayon de l'étoile est contenu dans l'expression de la gravité de surface de l'étoile par  $g = G M / r^2$  où  $G$  est la constante de la loi de la gravité de Newton et  $M$  la masse de l'étoile. Il est ainsi possible d'obtenir  $d$  par:

$$d = [ G M F_v / g f_v ]^{1/2} \quad (2)$$

Pour résumer, il nous faut  $T_{eff}$ , la température effective de l'étoile,  $g$  sa gravité de surface, sa masse  $M$  ainsi que de bons modèles d'atmosphères. On peut obtenir assez facilement les deux premiers termes dans la mesure où on dispose de spectres à haut rapport signal sur bruit pour chacune des étoiles. La température affecte la profondeur relative des raies d'absorption tandis que la gravité de surface affecte la profondeur absolue de ces mêmes

raies. Avec de bons modèles, on trouve la combinaison  $T_{eff, g}$  qui reproduit le mieux les spectres observés.

Malheureusement, nous ne disposons pas de spectres de haute qualité pour toutes les 209 étoiles. L'investissement en temps de télescope pour les obtenir aurait été très important. Nous avons choisi de contourner cette difficulté en exploitant le fait que les données de photométrie Stromgren de Wesemael et al. (1992) nous permettent de déterminer les températures effectives de chacune des étoiles avec un niveau de précision comparable à celui obtenu par l'analyse des spectres.

La température effective est déterminée à l'aide de l'indice de couleur  $Q'$  donné par l'équation

$$Q' = (u - b) - 1,56(b - y). \quad (3)$$

La valeur de cet indice, défini par Bergeron et al. (1984), dépend des différences entre les magnitudes photoélectriques Stromgren  $u$ ,  $b$  et  $y$  qui sont affectées directement par la température effective. En effet, ces différences de magnitudes correspondent à un rapport des flux d'énergie reçus aux longueurs d'ondes associées à chaque magnitude. Or, ces rapports se modifient avec les variations de température. Plus une étoile est chaude, plus son flux  $b$  (longueur d'onde 470 nm) et son flux  $u$  (350 nm) augmentent par rapport au flux  $y$  (550 nm). Dans Bergeron et al. (1984), on retrouve une relation entre  $Q'$  et la température effective que nous allons utiliser. Cette relation a été établie à partir de modèles d'atmosphère et d'une transformation des flux en indices de couleur basée sur la calibration de Schulz (1978). Nous avons découvert qu'en utilisant la transformation d'Olson (1974) basée sur la répartition typique du flux d'une étoile de la série principale, on modifiait sensiblement la relation entre  $Q'$  et  $T_{eff}$ . De façon générale, les températures obtenues via Olson sont plus élevées que les autres d'environ 2000 K autour de 25 000 K et jusqu'à 8000 K autour de 40 000 K. La comparaison entre des températures publiées et déterminées par l'analyse des spectres

et celles obtenue par  $Q'$  à l'aide de nos données photométriques ne permettent pas de trancher entre l'une et l'autre des deux transformations. Nous assignerons donc deux températures à chaque étoile et traiterons les variations sur le résultat final comme une des sources d'incertitudes.

Les études d'Allard (1986) et Allard et al. (1994) ont montrées qu'un certain nombre de sdB possèdent des compagnons froids de la série principale. La présence de ces étoiles modifie les valeurs observées des magnitudes Stromgren. Plus la sdB est chaude par rapport à l'étoile compagnon, moins l'effet est important. De façon générale, on admet que seule la magnitude  $y$  est vraiment affectée, les flux  $b$  et  $u$  d'une étoile froide étant négligeables par rapport à ceux d'une sdB de 30 000 K. Dans tous les cas d'étoiles identifiées par un critère développé par Allard (1986), nous avons dû évaluer la température d'une autre façon. Pour ce faire, nous avons construit une relation entre  $T_{eff}$  et l'indice  $(u - b)$  calibrée par celle entre  $Q'$  et  $T_{eff}$  des étoiles isolées.

Pour obtenir la distance, il reste à déterminer la masse des étoiles ainsi que leur gravité de surface. Nous avons utilisé une seule valeur de masse soit 50% de la masse du Soleil. Les études évolutives présentées plus haut justifient ce choix. Pour ce qui est de la gravité, nous sommes devant l'impossibilité de l'attribuer de façon conventionnelle. Nous avons choisi de procéder de quatre façons différentes pour attribuer une valeur de  $g$  à chacune de nos étoiles.

En se basant sur les résultats publiés cités plus haut de valeurs de  $g$  pour un grand nombre de sdB, nous avons attribué la valeur moyenne de ces études à l'ensemble de nos étoiles. Cette valeur est donnée par  $\log g = 5,25$ .

Puisque l'écart type de la distribution des valeurs publiées de  $\log g$  est de l'ordre de 0,25, nous avons aussi choisi de distribuer les valeurs de  $g$  au hasard en s'assurant que la



distribution obtenue pour nos 209 étoiles correspondait à une courbe normale centrée sur  $\log g = 5,25$  et s'étendant sur trois écarts types balayant ainsi l'intervalle de  $\log g$  de 4,5 à 6,0. Nous avons ainsi construit deux séquences de gravité distribuée au hasard: R1 et R2.

Finalement, dans ce qui est sans doute l'approche la plus prometteuse, nous avons utilisé la relation de GS74 pour attribuer la valeur de la gravité de chaque étoile à partir de sa température obtenue par photométrie.

Au niveau des distances individuelles obtenues par l'ensemble des mesures décrites ci haut, il est clair que celles provenant des distributions R1 et R2 sont les plus incertaines. Cela n'a pas une importance si cruciale sur le résultat global que nous recherchons. Le comportement statistique de R1 et de R2 devrait se rapprocher de la réalité. En fait, ces distributions nous serviront surtout à circonscrire les limites du comportement d'ensemble de la distribution spatiale des sdB. Nous avons évalué que l'ensemble des mesures mises de l'avant pour obtenir les distances individuelles allaient être à l'origine d'une incertitude maximale de 50% sur  $d$ . Cela est satisfaisant puisque c'est comparable à ce qu'ont obtenu d'autres études partant pourtant d'analyses détaillées de spectres.

Si les étoiles qui forment notre échantillon sont distribuées uniformément dans l'espace, il nous est possible d'en déterminer la densité spatiale  $D_0$ . On exprime cette densité en étoiles par parsec cube. On l'obtient simplement en suivant la suggestion de Schmidt (1975) donnée par  $D_0 = \sum 1/V_m$ . Où  $V_m$  représente le volume maximum (en  $\text{pc}^3$ ) au sein duquel il aurait été possible de détecter l'étoile. Ce volume varie d'étoile en étoile. En effet, selon l'équation (1), la distance maximale à laquelle on peut détecter une étoile est fixée par la magnitude apparente limite de notre échantillon, ici  $m_B = 14,6$ , et la magnitude absolue  $M_B$  de l'étoile considérée.

Toujours dans l'hypothèse où les étoiles sont distribuées uniformément, on peut s'assurer que notre échantillon est complet en calculant la valeur moyenne de tous les rapports  $V/V_m$  où  $V$  représente le volume délimité par la position qu'occupe effectivement l'étoile considérée. Pour un échantillon complet, Schmidt a montré que cette valeur moyenne doit être égale à 0,5.

On s'attend toutefois à ce que nos étoiles ne soient pas distribuées uniformément au sein de la région étudiée. L'hypothèse la plus plausible serait de considérer que, comme la majorité des étoiles de notre galaxie, elles soient plus fortement concentrées au sein du plan de la galaxie. Si tel est le cas, la densité spatiale pourrait être décrite par l'équation

$$D = D_0 e^{-z/z_e} \quad (4)$$

qui exprime une décroissance exponentielle de la densité avec la hauteur  $z$  au dessus du plan de la galaxie. Cette expression est fonction d'un paramètre inconnu,  $z_e$ , la hauteur caractéristique de la distribution.

Si nous considérons cette hypothèse exprimée par l'équation (4), c'est en partie à cause des travaux de Baschek et Norris (1975) qui ont montré que les sdB avaient un comportement cinématique typique des vieilles étoiles du disque de la galaxie. Or, c'est justement l'équation (4) qui décrit le mieux la distribution spatiale des étoiles du disque. Plus une catégorie d'étoile membre du disque est vieille, plus la hauteur caractéristique qui décrit sa distribution est grande. Cela se comprend aisément. Si on suppose qu'à leur naissance les étoiles du disque ont une composante de vitesse perpendiculaire à celui-ci à peu près nulle, cette même composante ne peut qu'augmenter. En effet, avec le temps et le nombre croissant des interactions gravitationnelles avec les autres étoiles du disque, toute étoile voit sa vitesse initiale modifiée. L'effet global sur une

population d'étoiles vieilles est d'étaler la distribution de part et d'autre du disque comme le décrit l'équation (4).

Dans le cas de cette distribution, il est toujours possible d'évaluer la densité spatiale ainsi que de réaliser le test sur la complétude de l'échantillon à l'aide de la méthode de Schmidt (1975) dans la mesure où on utilise des éléments de volume pondérés selon:

$$dV' = dV e^{(-z/z_e)} \quad (5a)$$

$$dV_m' = dV_m e^{(-z/z_e)} \quad (5b)$$

Il est important de noter que, dans ce cas, il n'est plus possible de déterminer la densité spatiale sans la connaissance préalable de la hauteur caractéristique de la distribution.

Devant cette situation, nous avons adopté une stratégie en trois volets. Dans un premier temps, nous avons évalué la densité spatiale et réalisé le test de complétude sur notre échantillon en supposant que nos étoiles étaient distribuées uniformément. Nous avons de plus découpé notre échantillon en plusieurs sous-échantillons couvrant des volumes variés caractérisés par une magnitude limite allant de 13 à 15 par saut de 0,5.

Voyons comment cette approche nous permettra d'évaluer l'ordre de grandeur de la hauteur caractéristique inconnue et nécessaire. Rappelons tout d'abord que notre échantillon est centré sur le pôle nord galactique. Ainsi, en simulant une augmentation de 13 à 15 de la limite de sensibilité des plaques photographiques ayant servies à la découverte de nos étoiles, on se trouve à augmenter la hauteur moyenne des étoiles de chaque sous-échantillon au dessus du plan de la galaxie. Si la distribution est réellement donnée par l'équation (4), le test de complétude réalisé en supposant une distribution uniforme donnera un

résultat inférieur à 0,5 dès que l'effet de la décroissance verticale se fera sentir.

A notre grande surprise, nos sous-échantillons caractérisés par une magnitude limite de 13 et 13,5 se comportent comme si la distribution était uniforme! A une magnitude de 14, on obtient une valeur de 0,44 pour notre test. Les hauteurs moyennes au dessus du plan de la galaxie des étoiles de ces sous-échantillons sont respectivement de 480, 570 et 655 pc. Notre résultat semble donc indiquer que la hauteur caractéristique de la distribution, hauteur à partir de laquelle les effets de la décroissance se font sentir sur notre test, est de l'ordre de 600 pc. Ce résultat se situe entre le double et le triple des valeurs acceptées de hauteurs caractéristiques pour une population typique d'étoiles vieilles du disque.

Le deuxième volet de notre stratégie consistait à supposer que tous nos sous-échantillons étaient complets et qu'ils obéissaient à l'équation (4). Nous avons alors refait le test de complétude en utilisant les volumes pondérés donnés par l'équation (5) en cherchant la valeur de la hauteur caractéristique qui allait donner un résultat de 0,5. En principe, on s'attend à ce qu'une seule valeur donne le résultat de 0,5 pour tous les sous-échantillons à l'exception du dernier. En effet, nous savons que celui caractérisé par une magnitude limite de 15 n'est pas complet puisque nous n'avons retenu que les étoiles de magnitudes inférieures à 14,6. Dans ce cas particulier, on s'attend à ce que la valeur de la hauteur caractéristique nécessaire à l'obtention du 0,5 soit plus petite. Puisque ce sous-échantillon incomplet manque d'étoiles à grandes hauteurs, cela forcera artificiellement notre calcul à conclure à une décroissance rapide de la densité avec la hauteur.

A l'image des premiers résultats, ceux-ci montrent que les deux premiers sous-échantillons se distribuent de manière quasi uniforme. Une hauteur caractéristique de plusieurs milliers de parsecs étant nécessaire à l'obtention du 0,5. Pour les trois autres,

caractérisés par des magnitudes limites de 14, 14,5 et 15, on trouve que la hauteur caractéristique nécessaire pour satisfaire le critère de complétude est de 900, 800 et 400 pc. Dans tous les cas, la densité spatiale obtenue est de l'ordre de  $1 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Ce résultat est plus de dix fois inférieur à ce qui s'est déjà publié au sujet des sdB dans les études citées plus haut. De plus, si on utilise pour notre échantillon complet (à 14,5) une valeur de 250 pc pour la hauteur caractéristique (valeur typique de celles retenues par les autres études) on retrouve une densité plus "acceptable" (de 8 à 9 fois supérieure), mais aussi un test de complétude tout à fait déficient avec une valeur de 0,67. Ce résultat semble indiquer qu'avec une hauteur caractéristique de 250 pc, notre échantillon contient, proportionnellement, trop d'étoiles situées loin au-dessus du plan de la galaxie.

Le troisième volet de notre stratégie consistait à regrouper les résultats de nos calculs de distances individuelles des étoiles sous la forme d'un histogramme donnant  $N(z)$ , la distribution observée d'étoiles en fonction de la hauteur  $z$ . A partir de cette distribution, nous avons tenté de déterminer simultanément  $D_0$  et  $z_e$ . En considérant ces deux valeurs comme des paramètres libres, nous avons minimisé le chi carré obtenu pour chaque combinaison et retenu la combinaison des deux paramètres qui reproduit le mieux la distribution observée.

La réalisation de cette partie du travail est beaucoup plus délicate que les précédentes et mérite qu'on en expose certains détails plus techniques. Cet exposé est d'autant nécessaire que c'est cet outil de calcul qu'on modifiera plus loin pour l'adapter aux différentes problématiques que poseront les études présentées dans les chapitres suivants.

Réalisons tout d'abord que si la densité spatiale des sdB obéit à l'équation (4), la distribution observée  $N(z)$  aura en gros l'aspect d'une "cloche" comme le montre la figure 6.

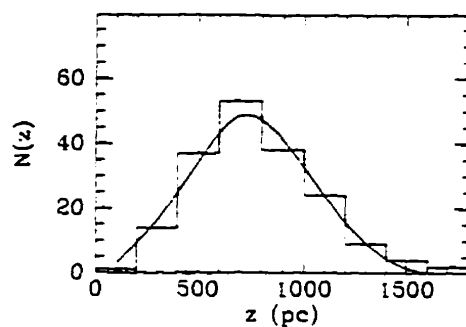


Figure 6. La distribution spatiale  $N(z)$  des sdB.

Bien que la densité soit maximum au sein du plan ( $z = 0,0$ ), ce n'est pas aux faibles valeurs de  $z$  qu'on dénombre le plus grand nombre d'étoiles. Le volume couvert par le PG est divisé en plusieurs champs de formes coniques couvrant chacun une certaine superficie du ciel qui dépend des plaques photographiques utilisées. Ainsi, une observation typique à haute latitude galactique n'intercepte qu'un tout petit volume au sein de la région où la densité est la plus élevée. Comme l'illustre la figure 7, on détecte peu d'étoiles aux petites valeurs de  $z$ . Plus le champ se déploie au dessus du plan de la galaxie, plus on détecte d'étoiles dans la mesure où le volume couvert augmente plus vite que la décroissance de la densité. Puis, finalement, avant que le cône ne se referme, la densité chute plus vite que ne croit que volume. Cela se traduit par la diminution du nombre d'étoiles observées à  $z$  élevé qu'on a remarqué à la figure 6.

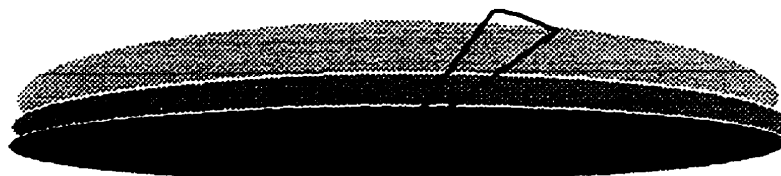


Figure 7. Champ d'observation conique.

Une combinaison donnée de  $D_0$  et  $z_e$  produit sa propre distribution  $N(z)$  théorique. Pour la comparer à celle observée, il ne faut retenir de la distribution théorique que les étoiles situées au sein du volume total couvert par le PG. Or, ce dernier est délimité par la taille et l'orientation des 266 champs photographiques utilisés et par la magnitude apparente limite de détection de ces derniers. L'équation (1) nous montre bien que la distance limite de détection des champs dépend aussi de la magnitude absolue des étoiles étudiées. Il nous faut donc absolument fixer une magnitude absolue commune à toutes les  $\text{sdB}$  pour délimiter le volume total à retenir pour la distribution théorique. C'est en utilisant les distances individuelles calculées plus haut et les magnitudes apparentes individuelles observées pour toutes nos étoiles que nous avons pu déterminer pour chacune sa propre magnitude absolue. La magnitude absolue commune attribuée à la distribution théorique sera la valeur moyenne des magnitudes absolues.

Pour finalement évaluer la contribution en étoiles de chaque champ à chaque hauteur  $z$ , il faut, en plus de la magnitude absolue et de la surface effective du champ, tenir compte de son orientation. En effet, deux champs de mêmes tailles, limités par la même magnitude apparente et détectant des étoiles identiques en

magnitudes absolues atteignent une hauteur maximum au dessus du plan de la galaxie qui dépend du sinus de leur latitude galactique. C'est en tenant compte de tous ces effets que nous obtenons une distribution théorique  $N(z)$  qu'il nous faut ensuite comparer à la distribution observée.

Pour déterminer la meilleure combinaison de  $D_0$  et  $z_e$ , nous allons minimiser le chi carré donné par:

$$\chi^2 = \sum [ (N(z_i) - N(z_i, D_0, z_e) / \sigma_i) ]^2 \quad (6)$$

Où  $N(z_i)$  représente la valeur observée du nombre d'étoile présentes à la hauteur  $z_i$ ,  $N(z_i, D_0, z_e)$  la quantité théorique d'étoiles devant se trouver à la même hauteur si on suppose que la densité et la hauteur caractéristique ont pour valeurs respectives  $D_0$  et  $z_e$  et, finalement,  $\sigma_i$  l'incertitude sur le nombre d'étoiles observées  $N(z_i)$ .

Cette dernière quantité n'est pas disponible directement à partir de nos données. Nous avons par contre déjà estimé que l'incertitude relative maximum sur la distance individuelle était inférieure ou égale à 50%. Cette même valeur s'applique à la hauteur  $z$ . Pour traiter les distributions théoriques et observées, nous avons procédé en regroupant les étoiles à des hauteurs  $z_i$  de 100, 300, 500 pc etc. Ainsi, le nombre d'étoiles dites présentes à  $z = 500$  pc correspond à toutes celles dont la hauteur est située entre 400 et 599 pc. En supposant que l'incertitude est maximum (i.e., 50%), une étoile à une hauteur de 500 peut se trouver n'importe où entre 250 et 750 pc tandis qu'une identifiée à  $z = 100$  se situe entre 50 et 150 pc. Cela démontre que l'incertitude sur l'appartenance d'une étoile donnée à son regroupement augmente avec la hauteur du regroupement. Cela ne nous renseigne pas directement sur l'incertitude qui affecte le nombre d'étoiles dans chaque regroupement. Nous avons exploré trois approches différentes pour arriver à attribuer les valeurs des  $\sigma_i$ .



Dans un premier temps, nous avons utilisé le fait que nos distributions observées varient selon la méthode d'attribution de la valeur de la gravité de surface. Nous avons établi l'incertitude sur  $N(z_i)$  en lui donnant pour valeur celle de l'écart type des quatre valeurs  $N(z_i)$  obtenues.

Nous pouvons aussi suivre la suggestion de Bevington(1969) qui consiste à supposer que chaque valeur de  $N(z_i)$  se comporte comme une distribution de Poisson dont la valeur moyenne vaut le  $N(z_i)$  observé. L'incertitude se ramène alors à l'écart type de la distribution de Poisson qui correspond à la racine carré de la valeur moyenne. Le chi carré ainsi obtenu dépend de l'écart relatif entre la distribution observée et la distribution théorique.

Finalement, dans les cas où on ignore la valeur de  $\sigma_i$ , Press et al. (1987) suggère de la fixer dans un premier temps à  $\sigma_i = 1,0$ . Après avoir déterminé la combinaison qui minimise le chi carré, on redétermine un  $\sigma_i$  identique pour tous les regroupements qui équivaut à la racine de la moyenne du carré des écarts entre la distribution observée et la meilleure distribution théorique. Cela a pour effet final de normaliser la valeur du chi carré minimum à celle du nombre de regroupements. Il est important de réaliser qu'ici le chi carré dépend de l'écart absolu entre la distribution observée et la distribution théorique.

Selon la méthode retenue pour estimer  $\sigma_i$ , on obtiendra le chi carré minimum pour différentes paires  $D_0$  et  $z_e$ . Pour trancher, nous avons exploité le fait mentionné par Press et al. (1987) que les différents chi carrés minimums obtenus se distribuent eux même selon une distribution de chi carré. Il devient alors possible d'évaluer la probabilité  $Q$  qu'il existe un chi carré plus grand que celui que nous avons estimé être le chi carré minimum. Plus  $Q$  augmente, plus notre sélection de paramètres est fiable. Dans la pratique, pour le genre de problème qu'on traite, Press et al. (1987) suggère d'éliminer les sélections de paramètres qui donnent une valeur de  $Q$  inférieure à 0,001. Pour tous les cas acceptables, il devient alors possible d'identifier la région de

l'espace à deux dimensions des paramètres  $D_0$  et  $z_e$  qui abrite la solution selon une probabilité donnée. Ce sont ces règles décrites par Press et al. (1987) qui nous ont permis de tracer les différentes courbes de contour qu'on retrouve dans les trois chapitres. Plus le contour est éloigné de la solution trouvée, plus la probabilité que la meilleure solution se retrouve dans l'espace délimitée par le contour est grande.

C'est en examinant la valeur de  $Q$  obtenue que nous avons été amené à rejeter la détermination de  $\sigma_i$  par la première méthode. La deuxième est statistiquement acceptable avec un  $Q$  légèrement supérieur à la limite de 0,001. Quant à la troisième méthode, nous la rejetons pour deux raisons. Tout d'abord, elle impose une valeur unique de  $\sigma_i$  à tous les regroupements alors que nous avons montré plus haut que  $\sigma_i$  se doit de varier d'un regroupement à l'autre. De plus, en travaillant avec un chi carré qui dépend des écarts absolus entre les distributions théoriques et observées, on "force" le choix des paramètres de la distribution à coller presque'uniquement aux regroupements possédants le plus d'étoiles. Tous les calculs de minimisation du chi carré se feront donc à partir de la deuxième méthode.

Cette digression technique terminée, nous pouvons revenir aux résultats obtenus à l'aide de cette méthode appliquée à l'analyse des sous-échantillons présentés plus haut.

Les résultats ainsi obtenus en cherchant la meilleure combinaison de  $D_0$  et  $z_e$  sont conformes aux précédents. Dans tous les cas, la meilleure densité est de l'ordre de  $1 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. De plus, les courbes de contour de l'espace des paramètres sont ouvertes du côté de la hauteur caractéristique pour les sous-échantillons limités à 13, 13,5, et 14 en magnitude. Cela veut dire n'importe quelle hauteur caractéristique supérieure à 300 pc (jusqu'à 800 pc selon le cas) peut faire l'affaire. C'est ce qu'on attend d'une distribution uniforme. Pour l'échantillon complet (14,5), on obtient une hauteur caractéristique qui varie entre 600 et 750 pc selon la méthode d'attribution de la gravité de surface.

Malgré ces résultats, on se doit de tenir compte du fait que la forme des histogrammes montrant les distributions observées est tout à fait typique d'une distribution décroissante avec la hauteur. L'équation (4) serait-elle en cause? Le choix d'un mauvais modèle pourrait très bien être à l'origine de résultats aussi difficiles à interpréter. Pour trancher, nous avons cherché puis découvert une autre description de la distribution verticale des étoiles vieilles du disque de notre galaxie. C'est du côté des études extra-galactiques que cette description nous est venue. van der Kruit et Searle (1981) ont tenté de décrire le disque des galaxies spirales extérieures en terme d'une successions de plans isothermes. Ces plans donnent lieu à une distribution spatiale caractérisée par une densité décrite par

$$D = D_0 \operatorname{sech}^2 (z/z_0), \quad (7)$$

où  $D_0$  représente la densité au sein du plan de la galaxie ( $z = 0,0$ ) et  $z_0$  représente une hauteur caractéristique distincte de celle que utilisons jusqu'ici. L'équation (7) se comporte de façon très intéressante. Près du plan de galaxie, elle a l'aspect d'une distribution gaussienne autour de son maximum. Elle décroît beaucoup plus lentement que ne le fait l'équation (4). De plus, à grande distance du plan, elle se comporte comme le fait l'équation (4) avec une hauteur caractéristique égale à  $z_0/2$ . Ce comportement n'est pas sans rappeler celui de notre échantillon. Relativement uniforme près du plan puis, enfin décroissant avec la hauteur. Nous avons donc refait tous les calculs précédents en utilisant l'équation (7) pour décrire la distribution spatiale des sdB.

Les résultats ainsi obtenus sont à nouveau conformes aux précédents. Dans tous les cas, la densité est de l'ordre de  $1 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Le test de complétude n'est satisfait que pour des  $z_0$  de plus de 2500 pc pour les sous-échantillons 13 et 13,5. Ceux limités à 14 et 14,5 nécessitent une valeur de 1000 pc pour satisfaire au même test. De plus, les courbes de contour de l'espace des paramètres sont ouvertes du côté de la hauteur

caractéristique pour les sous-échantillons limités à 13, 13,5, et 14 en magnitude. Cela veut dire n'importe quelle hauteur caractéristique supérieure à 400 pc (jusqu'à 800 pc selon le cas) peut faire l'affaire. C'est ce qu'on attend d'une distribution uniforme. Pour l'échantillon complet (14,5), on obtient une hauteur caractéristique qui varie entre 750 et 1000 pc selon la méthode d'attribution de la gravité de surface.

Il semble évident que le choix du modèle utilisé n'est pas à l'origine de ces résultats qui suggèrent que notre échantillon se comporte à la fois comme s'il était caractérisé par une distribution uniforme et décroissante tout à la fois! La seule piste inexplorée jusqu'ici concerne l'interprétation du test de complétude à 0,67 obtenu en supposant une valeur de 250 pc pour  $z_e$ . Sans prendre parti pour une telle valeur de  $z_e$ , ce résultat indiquerait que notre échantillon soi-disant complet comporterait proportionnellement trop d'étoiles situées très loin du plan. Cette analyse prend tout son sens si on en inverse les termes. Notre échantillon ne comporterait proportionnellement pas suffisamment d'étoiles situées proches du plan de la galaxie. Comment peut on "manquer" les étoiles les plus proches de nous qui sont, par définition, les plus brillantes de tout l'échantillon? La réponse est simple et surprenante à la fois. C'est en voulant repérer les plus lointaine qu'on sacrifie les plus brillantes. En effet, les plaques photographiques utilisées ont une plage de sensibilité qui est de l'ordre de 4 magnitudes. En voulant être complet jusqu'à une magnitude de l'ordre de 16, le PG risquait de rater les étoiles plus brillantes que la magnitude 12. Ces dernières saturant les plaques et rendant leur identification impossible.

Moehler et al. (1990) a fait remarquer que sur un sous-échantillon ne comportant que 712 degrés carrés de ciel, le PG n'avait pas repéré les deux sdB les plus brillantes du champ étudié. Il s'agit là d'une indication claire à l'effet que le PG n'est pas aussi complet que l'article présentant les résultats du PG ne le prétend. Nous avons entrepris de fouiller le catalogue de Kilkenny

et al. (1988) à la recherche de sdB dûment identifiées comme telles se trouvant au sein du volume exploré par le PG sans pour autant avoir été répertoriées par le PG. Cette recherche s'est soldée par la découverte de 11 étoiles manquantes qui auraient dû faire partie de notre sous-échantillon. Ces étoiles sont ajoutées aux nôtres pour former un nouvel échantillon, le PGS +11.

Puisqu'on ne peut pas supposer que le catalogue consulté est parfaitement complet, nous avons cru bon créer un échantillon supplémentaire. En se basant sur l'absence révélée par Moehler et al. (1990) de deux étoiles au sein de 712 degrés carrés, nous avons projeté que le PG pouvait avoir raté jusqu'à 20 étoiles au total. Nous avons ainsi créé l'échantillon PGS + 20. Nous avons attribué à ces étoiles les valeurs moyennes de notre échantillon pour les couleurs photométriques et la latitude galactique. Pour fixer artificiellement les vingt magnitudes apparentes, nous avons extrapolé la fonction donnant la densité de surface cumulative en fonction de la magnitude apparente des étoiles les moins brillantes de notre échantillon.

En plus de refaire tous les calculs présentés plus haut avec les deux nouveaux échantillons, nous avons exploré une ultime voie de solution. Il s'agissait pour nous d'abandonner une partie de l'échantillon total en se limitant à étudier les étoiles dont la magnitude est plus grande que 12,5 et plus faible que 14,5. Ce faisant, on ne conserve que 168 étoiles dont on est par ailleurs certain qu'elles forment un échantillon complet au sein duquel il ne manque pas d'étoiles brillantes. Pour traiter correctement cet échantillon, il faut calculer les volumes à l'aide de cônes tronqués. En supposant une magnitude absolue de 3,5 et une latitude galactique typique de  $60^\circ$ , les étoiles de cet échantillon se distribuent entre  $z = 550$  pc et  $z = 1400$  pc. Cette étendue totale en hauteur au dessus du plan de la galaxie est suffisante pour déceler la hauteur caractéristique de décroissance de la distribution dans des limites raisonnables.

Les résultats obtenus avec l'échantillon PGS + 20 et celui tronqué sont semblables et cernent les paramètres de la distribution d'une manière enfin cohérente. Le test de complétude est satisfait pour des valeurs de la hauteur caractéristique variant entre 300 pc et 500 pc selon les sous-échantillons et les méthodes d'attribution de la gravité de surface et de la température considérés. Les courbes de contour obtenues en minimisant le chi carré se referment sur la hauteur caractéristique et situent celle-ci entre 300 et 800 pc selon les sous-échantillons et les méthodes d'attribution de la gravité de surface et de la température considérés. Les densités obtenues par les deux méthodes tournent maintenant autour d'une valeur plus élevée de l'ordre de  $3 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Cette valeur est le reflet direct de l'ajout d'étoiles dans le cas de PGS + 20. La concordance avec l'échantillon tronqué est d'autant importante qu'elle confirme l'analyse qu'on a faite de l'échantillon initial. Ce dernier était incomplet. Il possède une densité spatiale plus élevée qui se révèle dès qu'on ne traite que la portion de l'échantillon qui est complète et cela, même en éliminant des étoiles.

La moyenne de l'ensemble des cas PGS + 20 traités nous conduit à affirmer que la densité spatiale des sdB se décrit correctement par la relation suivante

$$D = 3 \times 10^{-7} e^{(-z/450)} \text{ étoile/pc}^3$$

Ce résultat reste, malgré nos efforts, passablement différent des résultats obtenus par d'autres études portant sur le même sujet et effectuées à l'aide d'échantillons beaucoup plus petits. Notre hauteur caractéristique est près de 2 fois plus grande alors que notre valeur de la densité du plan est de 5 à 10 fois plus petite que ce que les études mentionnées laissent entrevoir.

Dans ce qui suit, nous allons examiner avec force détail les plus importantes d'entre elles. Toutes ces études effectuées avant la nôtre se targuent d'obtenir des résultats raisonnables en évoquant celles qui les ont précédées. Cette façon de faire

s'inspire de la nécessité en science de présenter des résultats expérimentaux reproductibles. Nous découvrirons que le seul critère de reproductibilité des résultats ne suffit malheureusement pas à garantir la justesse d'une conclusion. Dans le cas qui nous préoccupe, c'est en effectuant une variété d'erreurs de calcul ou d'interprétation que des auteurs différents se sont contentés de résultats erronés tous relativement semblables. Nous ne nous contenterons pas uniquement d'identifier ces erreurs. Nous nous efforcerons, au nom même de la reproductibilité des résultats à laquelle par ailleurs nous souscrivons pleinement, de reproduire les résultats de ces autres études en modifiant parfois nos outils de calculs pour simuler les leurs.

#### *4.1 Downes (1986)*

Dans l'article où il présente les données du KPD, Downes se livre à l'analyse de la distribution spatiale d'un échantillon de 31 sdB plus brillantes que la magnitude 15,3. Cette étude est très importante puisqu'elle ne porte que sur des étoiles situées au sein du plan de notre galaxie. La densité spatiale qu'on peut en tirer ne dépend pas de la hauteur caractéristique de la distribution. Downes a obtenu une densité de  $1,5 \times 10^{-6}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Ce résultat est près de dix fois supérieur au nôtre. On comprend aisément l'origine d'une telle différence lorsqu'on compare les magnitudes absolues visuelles moyennes obtenues par les deux études. Nous obtenons une valeur de 3,7 pour notre échantillon en utilisant la détermination de la température basée sur Schulz et la gravité attribuée selon GS74 alors que Downes obtient une valeur de 5,0. Avec pareille valeur, l'équation 1 conduit à des distances environ deux fois plus petites. Cela se traduit par des volumes près de huit fois plus petits et, par conséquent, une densité plus forte par un facteur identique.

S'il est facile d'établir la cause de la différence entre les deux résultats, il est beaucoup plus difficile d'expliquer comment et pourquoi Downes obtient une valeur de magnitude absolue si

différente celle que nous avons déterminée. Le fait de travailler avec un échantillon d'étoiles situées au sein du plan de la galaxie complique les choses. Les effets de l'extinction causée par la poussière sont complexes et varient d'un champ à l'autre. A ce stade, c'est tout ce qu'on peut identifier comme origine probable de la différence en magnitudes absolues. A cause de la position stratégique dans le ciel de cet échantillon, nous allons consacrer le deuxième chapitre à refaire en détail l'analyse de Downes en utilisant nos méthodes à partir des données de photométrie de Wesemael et al. (1992).

#### *4.2 Green et al. (1986)*

Utilisant la magnitude absolue publiée par Downes, Green et al. a calculé la somme des  $1/V_m'$  pour l'ensemble des 684 sdB identifiées dans le PG. Cette somme donne directement la densité spatiale dans la mesure où on précise la valeur de la hauteur caractéristique. Afin de reproduire la densité obtenue par Downes, il faut une hauteur de 325 pc. En utilisant notre échantillon à 14,5 et la même hauteur caractéristique, on obtient une densité trois fois plus petite ainsi qu'un test de complétude déficient. Cet écart s'explique facilement. Avec une magnitude absolue plus grande qui a pour effet de "rapprocher" les étoiles et un échantillon caractérisé par une limite de sensibilité plus grande (16,2 pour le PG au complet) qui a pour effet d'éloigner la limite de détection, nos deux études trouverons des  $V_m'$  très semblables. Le PG au complet contenant un peu plus de trois fois plus d'étoiles que notre sous-échantillon, il est naturel pour Green et al. de trouver une densité trois fois plus grande dans un volume semblable.

Encore une fois, la différence tourne autour de la valeur moyenne de la magnitude absolue des sdB. Il est toutefois clair qu'une magnitude absolue de 5,0 utilisée conjointement avec une hauteur caractéristique de 325 pc pose un problème identifié par le test de complétude. Cela confirme l'importance de revoir le



travail de Downes dans un contexte où la hauteur caractéristique ne joue aucun rôle significatif.

#### 4.3 Heber (1986) et Moehler et al. (1990)

Ces deux études ont obtenues respectivement des valeurs de la hauteur caractéristique de 190 et 250 pc, de la densité spatiale de  $4,0 \times 10^{-6}$  étoile/pc<sup>3</sup> et  $1,0 \times 10^{-6}$  étoile/pc<sup>3</sup> à l'aide d'échantillons de 12 et 11 étoiles ayant des magnitudes absolues moyennes de 4,2 et 3,2. Il est assez évident que la valeur moyenne de la magnitude absolue n'est pas à l'origine de l'écart entre notre densité spatiale et celles obtenues par ces deux études.

L'échantillon de Moehler et al. est constitué de 11 étoiles du PG pour lesquelles nous disposons de la photométrie. Lorsque nous traitons ce petit sous-échantillon à l'aide de notre méthode de calcul et de nos données de photométrie tout en imposant la valeur de 250 pc pour la hauteur caractéristique, nous obtenons des valeurs de la densité spatiale variant entre  $8,8 \times 10^{-7}$  et  $9,4 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup> selon qu'on attribue la température à l'aide de la transformation de Schulz ou d'Olson. Ces résultats concordent très bien avec ceux de Moehler et al.. De plus, ils confirment que notre méthode basée sur la photométrie n'induit pas de distorsions par rapport à l'analyse de Moehler et al. qui, elle, repose sur l'analyse détaillée de spectres pour déterminer la température effective et la gravité de surface. Il est important de noter que bien qu'il nous soit facile de reproduire les résultats de Moehler et al., le test de complétude obtenu avec  $z_e = 250$  pc n'est pas satisfaisant.

Il apparait clair que les différences entre nos résultats et ceux des deux études analysées ici reposent sur la valeur de la hauteur caractéristique utilisée dans le calcul de la densité spatiale. Pour des échantillons situés près des pôles galactiques comme c'est le cas ici, cette valeur est critique. En effet, les volumes pondérés donnés par l'équation (5) et utilisés dans le calcul de la densité sont réduits en fonction de la hauteur

caractéristique. Pour un échantillon donné, plus on réduit la valeur de  $z_e$ , plus on augmente celle de la densité.

Nous avons découvert que la méthode utilisée par ces deux études pour déterminer la hauteur caractéristique était erronée. Elle est basée sur une généralisation inadéquate de la relation entre le nombre d'étoiles à une hauteur  $z$  donnée et la densité spatiale, la hauteur caractéristique et les paramètres du champ dans lequel elles se trouvent. En l'examinant attentivement, nous avons de plus montré que l'utilisation de leur généralisation donne systématiquement une valeur de la hauteur caractéristique qui est directement proportionnelle à la hauteur maximale atteinte par le sous-échantillon étudié. Cette méthode donne des valeurs de la hauteur caractéristique qui n'ont finalement rien à voir avec la distribution spatiale des étoiles étudiées. C'est ainsi qu'Heber obtient une valeur de  $z_e$  inférieure à celle de Moehler et al. tout simplement parce que son sous-échantillon atteint une hauteur maximale au dessus du plan qui lui est inférieure. Appliquée à nos sous-échantillons de hauteurs croissantes, leur méthode de détermination de la hauteur caractéristique nous donne des valeurs de  $z_e$  qui augmentent régulièrement. Celle-ci passe de 176 pc pour celui limité à la magnitude 13 jusqu'à 305 pc pour celui à 15,0. Nous en concluons que ces deux études auraient obtenues des valeurs de densité comparables à la nôtre si elles avaient utilisées une hauteur caractéristique appropriée.

#### 4.4 Bixler et al. (1991)

Cette étude porte sur un échantillon de 71 sdB réparties dans 46 champs couvrant 1300 degrés carré de ciel près du pôle nord galactique. Les données proviennent en partie de FBS repérées à l'aide d'un télescope ultraviolet monté à bord d'un ballon. Au moment de faire leur analyse de la distribution spatiale des sdB, toutes les étoiles découvertes n'avaient pas été classifiées. Par contre, 32 FBS avaient été identifiées formellement comme de nouvelles sdB. Puisque plusieurs de leurs champs se confondent avec ceux du PG, ils ont ajouté à l'échantillon toutes

les sdB identifiées par le PG et faisant partie de leurs champs. Pour compenser le retrait de toutes les étoiles non identifiées, ils ont réduit la surface effective des champs proportionnellement au taux d'identification de chacun.

C'est en utilisant une méthode statistique comparable à la nôtre et qui détermine simultanément la meilleure combinaison de  $D_0$  et  $z_e$  qu'ils ont obtenu des valeurs de  $3,3 \times 10^{-6}$  étoile/pc<sup>3</sup> pour la densité et de 240 pc pour  $z_e$ . Les distributions observées et théoriques comparées diffèrent des nôtres. Il s'agit de  $N(m_{u,v})$ , le nombre d'étoiles d'une magnitude apparente donnée  $m_{u,v}$  dans l'ultraviolet. La distribution théorique est produite en prenant une magnitude absolue dans l'ultraviolet de 0,73.

Pour comprendre l'origine de la différence entre notre résultat et celui-ci, nous avons modifié notre méthode de calcul afin qu'elle puisse traiter non pas la distribution  $N(z)$  mais bien  $N(m_{u,v})$ . En utilisant au mieux les informations partielles données sur les champs, nous avons refait leur calcul à l'aide de notre méthode modifiée. Nous avons obtenu des valeurs de  $2,0 \times 10^{-6}$  étoile/pc<sup>3</sup> pour la densité et de 330 pc pour  $z_e$ . Compte tenu des informations dont nous disposons, ce résultat est très satisfaisant et montre que notre méthode de calcul produit des résultats similaires à partir de données semblables.

Bien qu'on soit capable de montrer clairement comment cette étude trouve ce résultat, il reste néanmoins très difficile d'expliquer pourquoi il en est ainsi. La seule piste qui nous reste réside dans l'examen de la constitution de l'échantillon. Nous avons déjà montré que le PG est incomplet aux faibles magnitudes. Le fait de combiner les données incomplètes du PG à une portion d'échantillon de nouvelles sdB dont l'identification globale n'est pas terminée constitue un risque qui est probablement à l'origine des différences qu'on constate ici. On peut dire en terminant que cette étude ne vient ni confirmer ni vraiment infirmer notre résultat.

#### 4.5 Saffer(1991)

Le travail de Saffer diffère passablement des précédents. L'intérêt que nous lui portons réside dans le fait qu'il tente d'établir à l'aide d'une approche originale, uniquement la valeur de la hauteur caractéristique. Son résultat donne 285 pc (+120 -35). Avec une incertitude prononcée du côté des hautes valeurs, ce résultat est en partie compatible avec notre valeur.

A la base, ce travail consiste à comparer la distribution observée  $N(z < z_i)$  du nombre d'étoiles situées à une hauteur  $z$  inférieure à une hauteur donnée  $z_i$  à celle produite par une distribution théorique donnée par l'équation (4).

Saffer dispose d'un échantillon de 68 sdB réparties au hasard au sein des champs du PG. Par l'analyse détaillée de spectres, il a établi leur distances ainsi que leur hauteur  $z$ . Ces données lui servent ensuite à établir une relation approximative entre la magnitude apparente et la hauteur. En appliquant cette relation à toutes les sdB du PG plus brillantes que la magnitude 15,3, il établit sa distribution observée. Cette distribution est porteuse d'une incertitude importante en partie à cause du fait que les latitudes galactiques des étoiles du PG varient de  $30^\circ$  à  $90^\circ$ . Ainsi, même avec une magnitude absolue identique, deux étoiles ayant la même magnitude apparente peuvent se retrouver à des hauteurs différentes par un facteur 2 sans que sa relation en tienne compte.

Pour établir sa distribution théorique, Saffer multiplie l'effet de la fonction exponentielle par une constante  $C$  normalisée par le nombre total d'étoiles observées jusqu'à la hauteur maximum permise par sa relation approximative. Cette astuce permet d'éviter de déterminer explicitement la densité spatiale qui se trouve en quelque sorte contenue dans  $C$ . Malheureusement, cette procédure ignore complètement l'effet de l'orientation spatiale des champs du PG sur la distribution observée. Par exemple, un champ orienté à  $30^\circ$  cesse purement et simplement à contribuer à

la distribution à mi-chemin de la hauteur maximum. Ainsi, si tous les champs contribuent aux faibles hauteurs, seule une fraction contribue jusqu'à la limite. Cela se traduira par l'obtention par Saffer d'une valeur de compromis pour  $C$ . Cela aura finalement pour effet qu'aucune distribution théorique utilisant cette constante ne pourra coller à la distribution observée. Le grand nombre d'étoiles observées à faibles  $z$  nécessite avec cette constante une petite hauteur caractéristique théorique. Le nombre relativement peu élevé d'étoiles observées à grandes hauteurs a besoin pour sa part d'une distribution théorique munie d'une grande valeur de  $z_e$ . Saffer obtient alors un résultat plus ou moins significatif pour sa meilleure hauteur caractéristique théorique. Finalement, l'étude de Saffer ne nous éclaire pas beaucoup sur la valeur appropriée de la hauteur caractéristique de la distribution spatiale des sdB.

## 5. PRÉSENTATION DU DEUXIEME CHAPITRE

Dans ce chapitre, nous allons reprendre l'étude de la distribution spatiale des sdB à partir d'un nouvel échantillon. Il s'agit de celui tiré du KPD survey (Downes 1986). Cet échantillon a une grande valeur stratégique à cause de sa localisation spatiale. Il comprend 31 sdB identifiées au sein de 1144 degrés carrés de ciel distribués en 52 champs tous situés à moins de  $12^\circ$  au dessus ou en dessous du plan de notre galaxie. Ainsi, le calcul de la densité spatiale de cet échantillon n'est pas affecté par la hauteur caractéristique de la décroissance exponentielle. En plus de permettre d'évaluer directement la densité spatiale, cette étude est d'une très grande importance pour nous puisqu'elle nous permettra de mieux cerner les différences entre les résultats obtenus par Downes et ceux présentés dans le premier chapitre.

Pour réaliser notre étude, nous avons utilisé un sous-échantillon du KPD comprenant les 25 étoiles sdB plus brillantes que la magnitude  $V = 15,0$ . Wesemael et al. (1992) a obtenu la

photométrie Stromgren de 22 de ces 25 étoiles. Nous avons attribué les magnitudes Stromgren aux trois étoiles manquantes à partir d'une relation linéaire entre les magnitudes Stromgren des étoiles observées par Wesemael et al. et les magnitudes Johnson, données par Downes pour toutes ses étoiles.

### 5.1 Les nouveaux défis

En travaillant avec des étoiles situées au sein du plan de la galaxie, nous devons tenir compte des effets de l'extinction interstellaire. Ainsi, pour calculer la distance qui nous sépare d'une étoile, nous devons évaluer  $A_y$ , qui représente l'augmentation de la magnitude apparente dans la bande passant y de Stromgren causée par l'extinction. On obtient cette valeur en comparant les indices de couleurs Stromgren observés et les valeurs théoriques sans extinction tirées des modèles d'atmosphères présentés par Wesemael et al. Une fois cette donnée en main, nous pouvons calculer  $f_y$ , l'énergie reçue de l'étoile au dessus de l'atmosphère de la Terre par seconde et par unité de surface dans la bande y. Les autres données nécessaires au calcul de la distance sont obtenues comme au premier chapitre. Finalement, on peut calculer la magnitude absolue d'une étoile en utilisant une version modifiée de l'équation(1) par

$$M_y = m_y - A_y + 5 - 5 \log d \quad (8)$$

Le calcul de la densité spatiale par la somme des  $1/V_m$  de même que celui du test de complétude est beaucoup plus complexe qu'au premier chapitre. En effet, pour déterminer le volume occupé par une étoile au sein des 52 champs, il faut connaître le comportement de l'extinction interstellaire en fonction de la distance dans chacun des champs. Pour ce faire, nous avons consulté deux sources distinctes qui donnent des graphes de l'extinction en fonction de la distance pour un grand nombre de régions situées au sein du plan de la galaxie. Il s'agit de FitzGerald (1968), (une des sources utilisées par Downes) et de Neckel et Glare (1980). Cette dernière source est beaucoup plus

complète que la précédente. Pour chaque champ, nous avons décrit le comportement de l'extinction en fonction de la distance par une droite de pente positive suivie d'un plateau situé à une distance variant d'un champ à l'autre.

Pour éviter de retomber dans le problème de la complétude de l'échantillon aux faibles magnitudes apparentes, tous les volumes ont été calculés à l'aide de cônes tronqués. Bien que la hauteur caractéristique n'ait que peu d'importance, nous devons lui assigner une valeur. Nous avons fait deux séries de calculs avec, pour valeurs respectives de  $z_e$ , 250 et 500 pc. Les températures ont été calculées à l'aide des deux transformations du premier chapitre. La gravité de surface a été attribuée selon quatre méthodes différentes. Deux séquences à  $\log g$  constant pour toutes les étoiles avec des valeurs de 5,25 et 5,5. Une séquence utilisant la méthode d'attribution de GS74, de même qu'une dernière utilisant une méthode comparable et basée sur les résultats Bixler et al. (1991) donnant la relation approximative entre la gravité de surface et la température effective.

Dans tous les cas, et pour les deux descriptions de l'extinction, on obtient un test de complétude autour de 0,50, en conformité avec ce qu'on attend d'un échantillon complet. On obtient comme valeur moyenne de la densité spatiale:  $4,2 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Ce résultat est en accord avec celui du premier chapitre et diffère de celui de Downes.

Ces différentes séquences de calculs nous permettent d'obtenir les distributions  $N(z)$  observées pour nos étoiles ainsi que la valeur moyenne de la magnitude absolue du sous-échantillon. Ces deux résultats nous permettent de faire un calcul statistique recherchant la meilleure combinaison théorique de  $D_0$  et de  $z_e$  correspondant à la distribution observée. Encore ici, la présence de l'extinction interstellaire complique les choses. Tous nos champs ont une limite de détection qui est fixée par la magnitude apparente de 15,0. Pour une magnitude absolue donnée, la limite de détection sera atteinte à des valeurs de la

hauteur  $z$  qui dépendent de la relation entre  $A_y$  et la distance dans chacun des champs. Nous avons donc utilisé les relations extraites des deux sources mentionnées plus haut et modifié l'outil de calcul développé au premier chapitre pour effectuer les calculs.

Avec un échantillon situé au sein du plan de la galaxie, la distribution observée se compare à une distribution uniforme. C'est ainsi qu'on obtient des courbes de contour ouvertes sur les grandes valeurs de la hauteur caractéristique de même que des valeurs optimales toutes plus grandes ou égales à 1000 pc. La densité est, quant à elle, très bien cernée. Sa valeur tourne encore autour de celles obtenues au premier chapitre. Cela était en partie prévisible puisque les valeurs moyennes des magnitudes absolues calculées à l'aide de l'équation (8) et utilisées dans ce calcul tournent autour de celles du premier chapitre.

Afin de cerner le mieux possible l'effet de la magnitude absolue sur notre résultat, nous avons développé une troisième et dernière méthode de calcul de la densité. Il s'agit d'une méthode de calcul statistique recherchant, pour une magnitude absolue donnée, la meilleure combinaison théorique de  $D_0$  et de  $z_e$  correspondant à la distribution directement observée  $N(y)$  du nombre d'étoiles possédant la magnitude apparente  $y$ . Encore ici, la présence de l'extinction interstellaire complique les choses. Pour connaître le nombre d'étoiles avec une magnitude apparente donnée, il nous faut savoir à quelles distances elles se trouvent lorsqu'elles sont aperçues avec cette magnitude apparente. Cela est inévitable car le modèle théorique ne prédit que des nombres d'étoiles en fonction de la distance. Or, comme le montre l'équation (8), la distance à laquelle se trouve une étoile d'une magnitude apparente donnée dépend de l'extinction, qui est elle aussi une fonction de la distance. Ainsi, en plus de connaître la relation entre  $A_y$  et la distance dans chacun des champs, il nous faut résoudre un problème supplémentaire. Nous avons donc



développé une méthode itérative qui permet d'évaluer correctement la distribution théorique  $N(y)$ .

Nous avons réalisé les calculs en utilisant les deux sources sur l'extinction ainsi qu'en imposant quatre valeurs pour la magnitude absolue soit 3,5, 4,0, 4,5 et 5,0. On obtient, comme plus haut, des courbes de contour ouvertes sur les grandes valeurs de la hauteur caractéristique. La densité est, quant à elle, très bien cernée. Sa valeur tourne encore autour de celles obtenues au premier chapitre pour les magnitudes absolues de 3,5 à 4,5. Seule la magnitude absolue de 5,0 redonne un résultat très semblable à celui obtenu par Downes.

### *5.2 L'origine des différences avec Downes*

Les trois méthodes indépendantes de calcul de la densité spatiale que nous avons utilisé dans cette étude convergent toutes vers un résultat unique pour la densité spatiale à l'exception de celle où nous avons fixé de manière ad hoc la valeur de la magnitude absolue des sdB à celle obtenue par Downes. A ce stade, il nous faut se demander en quoi notre détermination de la magnitude absolue peut-elle prétendre être supérieure à celle de Downes?

Ne disposant ni de la température ni de la gravité de surface, Downes n'a pu utiliser notre procédure pour déterminer la distance. Ayant déterminé la valeur de l'extinction pour chaque étoile, il a tiré ses distances directement des diagrammes donnant la valeur de l'extinction interstellaire en fonction de la distance. Une fois la distance connue, il utilise l'équation (8) pour calculer la magnitude absolue. Finalement, il utilise la technique de la somme des  $1/V_m'$  pour déterminer la densité spatiale. Ayant nous même utilisé ces diagrammes à diverses étapes de notre travail, nous savons qu'ils sont très bruyants et que les relations entre l'extinction et la distance sont très incertaines.

La différence fondamentale vient du fait que nos magnitudes absolues sont indépendantes de ces diagrammes. C'est dans notre calcul de la somme des  $I/V_m'$  que les données d'extinction interviennent. Il est important de remarquer que ce sont les volumes maximum qui sont impliqués ici. Or, aux grandes distances associées à ces volumes, le comportement des diagrammes d'extinction est beaucoup moins bruyant et se réduit simplement à une valeur constante de l'extinction qui ne varie plus avec la distance. Il semble que ce soit le contexte d'utilisation des diagramme d'extinction qui soit finalement à l'origine des différences entre les résultats.

Finalement, notons que lors des calculs effectués à l'aide des deux méthodes statistiques nous avons eu à utiliser les relations d'extinction à toutes les étapes de calcul. Par contre, celles-ci reposaient encore sur des valeurs de la magnitude absolue indépendante de ces relations. Ainsi, notre étude de l'échantillon KPD vient confirmer la valeur de la densité spatiale obtenue au premier chapitre.

## 6. PRÉSENTATION DU TROISIEME CHAPITRE

Dans ce chapitre, nous allons reprendre l'étude de la distribution spatiale des sdB à partir d'un nouvel échantillon. Il s'agit de celui tiré du Montréal-Cambridge-Tololo survey (MCT) dont les résultats préliminaires furent présentés par Demers et al. en 1986.

Le MCT s'inscrit dans la lignée des grands survey comme le PG. A l'aide du télescope Curtis Schmidt du Cerro Tololo Inter-American Observatory, Demers et al. (1986) a entrepris d'observer plus de 8000 degrés carrés du ciel autour du pôle sud galactique. Les observations initiales se font à l'aide de plaques photographiques couvrant chacune un champ de 5x5 degrés et exposées de façon à détecter toutes les FBS plus brillantes que la

magnitude  $B = 16,5$ . Une fois les FBS identifiées à partir d'un critère de couleur, il faut procéder à leur identification spectroscopique. Cette étape nécessite un effort considérable d'observation puisqu'il faut obtenir un spectre pour chaque candidat. Souvent, pour réduire le temps d'observation, on utilise des spectres à faibles rapport signal sur bruit. Ces spectres permettent la classification des FBS à partir de l'inspection visuelle mais ne sont pas appropriés à l'analyse détaillée à l'aide de modèles d'atmosphère. Par contre, et c'est une des caractéristique du MCT, Lamontagne et al. (1996) a obtenu pour plusieurs candidats plus brillant que  $B = 16$  un spectre à rapport signal sur bruit assez élevé pour une détermination quantitative des paramètres atmosphériques.

Le sous-échantillon de départ du MCT à partir duquel nous allons travailler couvre 2619 degrés carrés répartis en 137 champs. L'inspection visuelle des spectres par Lamontagne et al. révèle l'existence de 186 étoiles sdB ou sdOB. En tout, nous disposons de 203 spectres MCT pour lesquels la détermination quantitative des paramètres atmosphériques est possible.

### *6.1 Les nouveaux défis*

Il est important de réaliser qu'outre nos travaux du chapitre 2 ainsi que l'analyse de Downes (1986), toutes les études mentionnées jusqu'ici portent sur des étoiles situées à haute latitude galactique. De plus, elles ont ceci de commun qu'elles sont basées en tout ou en partie sur l'analyse de sous-échantillons tirés du PGS. Seule l'étude de Heber (1986) fait exception. Elle traite un sous-échantillon de 12 étoiles tirées du survey SB de Slettebak et Brundage (1971). Le SB couvre une région de 840 degrés carrés centrée sur le pôle sud galactique. Cela contraste avec les 10 714 degrés carrés que couvre le PG autour du pôle nord galactique. Ainsi, la distribution spatiale des sdB trouvées dans la région du pôle sud galactique n'a été que très peu étudiée.

Bien que pour des raisons de symétrie, on s'attend à ce que la distribution spatiale des sdB soit semblable des deux cotés du disque de la galaxie, il n'en demeure pas moins que l'étude du coté sud est importante à réaliser. D'une part, il est important de voir comment les résultats obtenus du coté sud se comparent à ceux des chapitres 1 et 2. D'autre part, une telle étude serait nécessairement réalisée à partir d'un échantillon radicalement différent de tous ceux utilisés jusqu'ici. Si des effets systématiques se trouvent cachés au sein du PG, il serait possible de les mettre en lumière. De plus, rappelons que les résultats des chapitres 1 et 2 sont basés sur une méthode qui repose sur l'analyse de simples observations photométriques.

L'étude que nous présentons ici est basée sur l'analyse détaillée de spectres. Cette méthode permet en principe de mieux cerner la distribution spatiale. Ainsi, c'est à partir d'un échantillon complètement différent et d'une méthode plus précise que nous tenterons d'obtenir les valeurs de la densité spatiale et de la hauteur caractéristique des sdB.

Notre échantillon de départ comporte probablement trop d'étoiles. Saffer (1991) a mis en évidence un grand nombre d'erreurs au sein de la classification initiale du PG qui n'était basée que sur l'inspection visuelle des spectres. En projetant sur la surface du MCT le taux réel de sdB au sein des FBS du PG tel qu'établit par Saffer (1991), nous ne devrions avoir que 124 sdB au sein de notre échantillon.

Pour établir la constitution finale de notre échantillon, nous allons exploiter la grande qualité des spectres de Lamontagne et al. (1996) et procéder à une reclassification des 186 étoiles à partir de l'analyse détaillée de chacun des spectres. Pour ce faire, nous utilisons une méthode de minimisation du chi carré ( $\chi^2$ ) développée par Bergeron (1996) et qui permet de déterminer simultanément la température effective ( $T_e$ ), la gravité de surface ( $\log g$ ) ainsi que l'abondance en hélium ( $y = \log N(He)/N(H)$ ) en

comparant les profils des raies observés à ceux calculés à l'aide de modèles d'atmosphères.

Cette analyse détaillée nous a conduit à rejeter 54 des 186 étoiles initiales et nous laisse avec un sous-échantillon final de 132 sdB. Les valeurs moyennes de  $T_e$ ,  $\log g$  et  $M_V$  obtenues pour l'ensemble du sous-échantillon final se comparent à celles qu'on trouve dans la littérature. La valeur moyenne de  $33\ 300\text{K} \pm 5\ 400\text{K}$  pour la température effective est tout à fait typique de la population (Saffer et al. (1994)). Celle de  $\log g$  est de  $5,56 \pm 0,43$ . Cette valeur se situe à mi-chemin des extrêmes identifiés dans le chapitre 1. L'estimé de Saffer et al. (1994) est à la limite supérieure avec  $\langle \log g \rangle = 5,76$  pour 68 étoiles et celui de Moehler et al. (1990) à la limite inférieure avec  $\langle \log g \rangle = 5,25$  pour 37 objets. Finalement, on obtient  $\langle M_V \rangle = 4,03$ . Comme il a été montré dans les chapitres 1 et 2, cette valeur est tout à fait typique de la population des sdB et sdOB à l'exception du résultat isolé de Downes (1986) qui obtient 5,15. De plus, notre nouveau résultat se compare aux valeurs moyennes respectives de 3,77 et 3,88 des chapitres 1 et 2.

Pour compléter la description des caractéristiques propres à notre nouvel échantillon, nous avons procédé à l'évaluation de la valeur moyenne de  $\log g\theta^4$ . Nous obtenons une valeur de 2,3 avec un écart type de 0,4. Cette valeur est identique à celle obtenue par Greenstein et Sargent (1974). Notons que Saffer et al. (1994) a obtenu une valeur de 2,6 pour un échantillon de 68 sdB tirées du PG.

Nous avons appliqué à notre échantillon final la méthode basée sur le test  $V'/V'_m$  de Schmidt (1975) ainsi que la méthode permettant la détermination simultanée de la meilleure combinaison  $D_0$ ,  $z_e$  reproduisant la distribution  $N(z)$  observée décrite au chapitre 1. Nous avons obtenu

$$z_e = 550 \pm 100 \text{ pc}$$

$$D_0 = 3.5 \pm 1.5 \times 10^{-7} \text{ étoile/pc}^3$$

Ces résultats sont tout à fait compatibles avec ceux des chapitres précédents.

## 6.2 La comparaison avec d'autres études

Bien que ces nouveaux résultats concordent parfaitement avec ceux des chapitres 1 et 2, nous avons cherché à étendre au maximum les possibilités de comparaisons avec d'autres études.

Dans un premier temps, nous avons refait tous les calculs en utilisant une détermination de la gravité de surface basée sur une relation moyenne entre la température effective et la gravité de surface. Nous avons utilisé nos températures spectroscopiques ainsi que la relation GS74 qui, comme nous l'avons mentionné plus haut, correspond à la relation moyenne obtenue avec nos propres valeurs. Les résultats obtenus sont très semblables à ceux présentés ci-haut.

Nous pouvons tirer deux conclusions importantes de cette expérience. Tout d'abord, cela confirme que l'utilisation d'une relation moyenne entre la température effective et la gravité de surface n'induit pas de déviation systématique sur les paramètres de la distribution spatiale. Cela constitue une validation supplémentaire des résultats obtenus aux chapitres 1 et 2 qui étaient basés sur l'utilisation d'une telle relation. Deuxièmement, cela ouvre la porte à une certaine forme de comparaison entre nos résultats et ceux qu'auraient pu obtenir Saffer et al. (1994) en utilisant sa méthode avec notre sous-échantillon. Cette comparaison nous est rendue possible par l'utilisation de la relation moyenne obtenue par Saffer et al.

Nous avons donc refait tous les calculs à partir de cette relation moyenne. Les résultats qu'on obtient sont compatibles avec les nôtres tout en montrant une tendance aux valeurs plus

grandes de la densité spatiale. Cette tendance s'explique facilement par les valeurs plus élevées de gravité de surface qu'obtient Saffer et al.

Pour terminer, nous avons constitué un sous-échantillon de 34 étoiles situées dans la portion de ciel couverte par le SB. Cela permet de comparer nos résultats à la seule étude de la distribution spatiale qui ait été réalisée dans une portion du ciel couverte par le MCT. Il s'agit de l'étude de Heber (1986). Nos résultats convergent encore une fois avec ceux obtenus pour l'ensemble du MCT. L'écart entre notre valeur de la densité et celle de Heber s'explique par son choix de la hauteur caractéristique. En imposant artificiellement une hauteur caractéristique comparable à la sienne, nous obtenons une densité du même ordre de grandeur. Par ailleurs, l'utilisation du test  $V'/V'm$  nous montre que ce choix de hauteur est tout à fait inapproprié.

L'ensemble de ces comparaisons nous permet de réitérer la confiance que nous avons dans les résultats obtenus lors des études menées aux chapitres 1, 2 et 3.

## CHAPITRE 1

### STUDIES OF HOT B SUBDWARFS. X. THE DISTRIBUTION AND SPACE DENSITY OF HOT, HYDROGEN-RICH SUBDWARFS DETERMINED FROM THE PALOMAR-GREEN SURVEY<sup>1</sup>

B. Villeneuve<sup>2</sup>, F. Wesemael, G. Fontaine, C. Carignan

Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ.  
Centre-Ville, Montréal, Québec, Canada H3C 3J7

villeneu, wesemael, fontaine, claude@astro.umontreal.ca

and

R.F. Green

Kitt Peak National Observatory, National Optical Astronomy  
Observatories, P.O. Box 26732, Tucson, AZ 85726-6732  
rgreen@noao.edu

*Received 1994 November 9      accepted      1994  
December 22*

*The Astrophysical Journal, 446, 646-664, 1995 June 20.*

---

<sup>1</sup> Based on observations obtained at the Kitt Peak National Observatory, National Optical Astronomy which is operated by the Association of Universities for Research in Astronomy under contract with the National Science Foundation.

<sup>2</sup> Permanent address: Collège André Grasset, 1001 Crémazie est.  
Montréal, Québec, Canada H2M 1M3



## ABSTRACT

We have computed the space density, as well as the characteristic scale height of the distribution, of hot, hydrogen-rich subdwarfs in the Galaxy through the use of photoelectric Strömngren photometry of a sample of 209 of these stars culled from the Palomar-Green survey. Homogeneous, exponential, and isothermal-sheet model distributions in the direction perpendicular to the Galactic plane are considered in turn, together with various subsamples of objects reaching down to different limiting  $b$  magnitudes. Taking into account the results of the  $V/V_m$  test on the brightest subsamples, which suggest that the PG survey might not be complete at bright magnitudes, we find that the distribution of hot, hydrogen-rich subdwarf stars can be satisfactorily reproduced with an isothermal scale height of  $600 \pm 150$  pc, a value characteristic of the disk population of spiral galaxies or, alternatively, with an exponential scale height of  $450 \pm 150$  pc. The resulting values of the space density and birthrate in both cases are  $3 \pm 1 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$  and  $\sim 1-3 \times 10^{-15} \text{pc}^{-3} \text{yr}^{-1}$ , a factor of  $\sim 5-10$  lower than previous estimates. Detailed comparisons with previous determinations are provided, and the implications of the large exponential scale height, and low space density and birthrate, for this particular channel of pre-white dwarf evolution are considered.

Subject headings: stars: catalogs - stars: faint blue - stars: stellar statistics -  
stars: subdwarfs

## 1. INTRODUCTION

Twenty years after the pioneering work of Greenstein & Sargent (1974) on the nature of faint, subluminous stars at high galactic latitudes, our knowledge of hot, hydrogen-rich subdwarf (the sdB and sdOB) stars has flourished. Systematic colorimetric searches for faint blue stars, combined with detailed model atmosphere analyses of increasingly larger samples of such stars, now yield a fairly complete picture of the physical properties and evolutionary status of the hydrogen-rich subdwarfs. The reviews of Heber (1987, 1991) summarize our current knowledge of these objects on several fronts.

One of the significant advantages of working with the large-scale, colorimetric surveys of faint blue stars, like the Palomar-Green (Green, Schmidt, & Liebert 1986) or the Kitt Peak-Downes (Downes 1986) surveys, is the fact that hot subdwarfs dominate the population of stellar objects down to  $B \sim 16.5$ . These surveys thus yield large, homogeneous samples of hot subdwarfs, which are amenable to statistical analyses. One of the primary aims of such analyses should be to get a reliable estimate of the space density of hot, hydrogen-rich subdwarfs, as well as an accurate description of the properties of their distribution in the Galaxy. This, in turn, would help us define what fraction of white dwarf stars evolve from hot subdwarfs rather than from planetary nebulae nuclei. It would, as well, help us confirm whether their distribution is characteristic of a disk, albeit an old disk population — as is currently thought — and would permit a comparison of the scale height of hot, hydrogen-rich subdwarfs with those of the helium-rich sdO stars, of the white dwarfs, and of planetary nebulae nuclei.

These problems have been addressed in the past. The evidence for membership of the hot, hydrogen-rich subdwarfs to an old disk population hinges, in

great part, on the Baschek and Norris (1975) kinematic analysis of a sample of 17 such objects (see also the more recent preliminary results of Colin et al. 1994). These stars had previously been considered to be halo objects (Baschek & Norris 1970; Baschek, Sargent, & Searle 1972; Newell 1973; Greenstein & Sargent 1974), but an old disk population is clearly more consistent with the recent scale height determinations of Heber (1986; 190 pc), of Green et al. (1986;  $325 \pm 25$  pc, obtained by requiring a match to the Downes 1986 galactic plane density), of Moehler, Heber, & de Boer (1990a; 250 pc), and of Theissen et al. (1993;  $180_{-60}^{+190}$  pc), as well as with the kinematics of the samples studied by Saffer (1991) and Beers et al. (1992). Similarly, there seems to be agreement in these investigations, as well as in those of Reid et al. (1988) and Bixler, Bowyer, and Laget (1991), that the space density of hot, hydrogen-rich subdwarfs is in the range  $1-4 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$ , a value which, once coupled to the long nuclear evolutionary times ( $\tau \sim 1.5 \times 10^8 \text{yr}$ ) representative of extended horizontal branch stars, suggests a fairly low birthrate for these objects ( $\chi_{\text{sdB}} < 3 \times 10^{-14} \text{pc}^{-3} \text{yr}^{-1}$ ).

In the present paper, we reconsider the problem of determining the scale height of the distribution, and the space density of hot, hydrogen-rich subdwarfs with a large sample of such stars extracted from the PG survey. As a first step in this analysis, we have obtained photoelectric Strömrgren photometry for this sample of objects, and these results have already been presented in a separate paper (Wesemael et al. 1992, hereafter Paper I). In the present paper, these data are first analyzed to derive (approximate) atmospheric parameters for over 200 stars, and are then used to derive both space density and characteristic height of distribution in the Galaxy of the hot, hydrogen-rich subdwarfs. A brief summary of the results of this analysis was presented earlier by Villeneuve et al. (1992).

## 2. THE SAMPLE OF HYDROGEN-RICH SUBDWARFS

### 2.1 *The Color-Selected PG Sample*

The Palomar-Green (Green et al. 1986) colorimetric survey covers 10,714 square degrees divided into 266 fields. The mean completeness limit is  $B_{pg} \sim 16.2$ . 684 of the 1,715 blue objects identified in the complete statistical sample are assigned internal classifications which suggest that they are hydrogen-rich hot subdwarfs. In order to make full use of that data base for statistical studies of the properties of hot, hydrogen-rich subdwarfs, Wesemael et al. (1992) have obtained Strömgren photometry for 286 subdwarf candidates brighter than  $B_{pg} \sim 14.6$  and selected from the *sdB*, *sdB-O*, *sd*, *sdOA*, and *sdOB* internal classes<sup>3</sup>. To that sample of PG

---

<sup>3</sup> In accord with the convention introduced in Paper I, the PG classes, which are described in detail by Green et al., are italicized in the present paper to distinguish them from other classifications found in the literature. Note, in particular, that the recent spectral reclassification work of Moehler et al. (1990b) and Saffer et al. (1994) generally relies on data of much higher S/N and spectral resolution than the classification spectra of the PG survey.

---

subdwarfs, we added, for this study, 13 PG subdwarfs which had already been observed by Bergeron et al. (1984), but which were not reobserved in Paper I.

### 2.2 *Reclassifications in the PG Sample and the Problem of Completeness*

Many of the stars which may not be legitimate hydrogen-rich subdwarfs in this initial sample of 299 objects can be discarded on the basis of the morphological analysis of photometric diagrams performed in Paper I. Typical interlopers, which were not distinguished in the low-dispersion classification work of Green et al. (1986), are: main sequence late B and A stars, horizontal-branch stars, and helium-rich subdwarfs. In addition, both Moehler et al. (1990b) and Saffer et al. (1994)

have obtained spectroscopic observations of many subdwarfs in the PG survey. Their spectroscopic work can be used to guide and confirm the process of photometric cleansing of the initial sample. The color criteria used for this process are discussed in Paper I. Altogether, we have removed 76 objects from our sample: 25 presumed helium-rich stars (the He-sdO class of Moehler et al. 1990b); 44 presumed low-gravity HBB or main-sequence B stars; 6 peculiar red objects (at  $(b-y) \gtrsim +0.250$ ), and one confirmed white dwarf star. We are left, for now, with a sample of 223 objects.

In parallel, we need to evaluate the number of hydrogen-rich subdwarfs which might have been *missed* through misclassification by Green et al. The most likely possibility is that some hydrogen-rich subdwarfs have been classified as DA stars in the course of the survey. Fortunately, the DA sample of the PG catalog has by now been rather thoroughly investigated by Fleming, Liebert, & Green (1986) and by Bergeron, Saffer, & Liebert (1992). The former report that about half of the DA white dwarf sample used by Green (1980) for his initial determination of the space density of white dwarfs were later reclassified as “lower gravity” objects (i.e., hot subdwarfs). These reclassifications are included in the published catalog of Green et al., and are thus accounted for in our photometric sample. More recently, Bergeron et al. (1992) have reclassified an additional 10 “DA white dwarfs” of the PG survey as lower-gravity objects. However, only one of these objects, the “DA 2 white dwarf” PG 1430+427, is sufficiently bright ( $B_{pg} = 14.55$ ,  $V=14.47$ ) that it *would have been* included in our photometric survey had it been classified properly in the PG catalog. There are no published Strömgren colors for this object which would allow its inclusion in our statistical sample, and it is left out. All other objects reclassified by Bergeron et al. (1992) have  $B_{pg} \gtrsim 14.8$ , and are thus beyond the magnitude cutoff used in Paper I. With the work of Fleming et al. (1986)

and Bergeron et al. (1992), it now seems likely that few, if any, additional bright hydrogen-rich subdwarfs are still lurking as DA white dwarfs in the PG catalog. Furthermore, hydrogen-rich subdwarfs masquerading as lower gravity objects or as helium-rich subdwarfs appear to be rather infrequent: no star in the Moehler et al. spectroscopic sample turned out to be a legitimate hydrogen-rich subdwarf (sdB or sdOB in the Moehler et al. 1990b system) after having been classified either a lower-gravity HBB star or a helium-rich (*sdOB*, *sdOC*, *sdOD*, in the Green et al. terminology) subdwarf in the PG survey. Finally, at least one legitimate object has escaped photometric observation because of a misprint in the PG catalog: PG 2337+070, listed by Green et al. at  $B_{pg} = 15.92$ , was originally listed by Green (1980) as a much brighter object ( $V = 13.47$ ). It was not, but clearly should have been, included in our photometric survey; the availability of Green's (1980) photometry ( $(b - y) = -0.01$ , and  $(u - b) = +0.07$ ) nevertheless allows us to include it in our statistical sample.

Our final procedure is to eliminate those objects which are not part of the statistically complete sample, for the reasons discussed by Green et al. 11 such objects were found and deleted, as were 4 additional objects with  $b > 15.0$ . We are then left with a final sample of 209 hydrogen-rich subdwarf candidates which forms the basis of this investigation. That sample is referred to as the Palomar-Green-Strömgren, or PGS, sample below. The photometric properties of the PGS sample are displayed in Figure 1, where we show the measured photographic magnitude,  $B_{pg}$ , as a function of the photoelectric Strömgren  $b$  magnitude, as well as the usual two-color diagrams  $(u - b)$  vs.  $(b - y)$ ,  $c_1$  vs.  $(b - y)$ , and  $m_1$  vs.  $(b - y)$ . Panel a of Figure 1 suggests that our statistical sample contains most of the PG subdwarfs brighter than  $b \sim 14.5$ , and that it should, down to that limit, be as complete as

the PG survey itself. The cumulative surface density of stars within our sample is shown in Figure 2a, as a function of  $B_{pg}$ . We also display the surface density, based on the count slope derived by Green et al., for what they call sdB stars — a sample which includes the *sdB*, *sd*, and *sdB-O* spectral classes of the PG survey. The two sets of cumulative surface density match fairly well if we consider the following: firstly, we used a somewhat different, and arguably cleaner, sample of objects, initially larger since it included 47 additional *sdOA* and *sdOB* stars observed in Paper I, from which many undesirable objects were later deleted, as described in Paper I and above. Secondly, our surface densities are based on actual star counts for  $B_{pg} \leq 14.6$ , while the displayed Green et al. densities are fitted to counts in the range  $14.4 \leq B_{pg} \leq 16.4$ , and extrapolated (as in their Fig. 2) down to  $B_{pg} = 13.0$ . On that basis, we find the agreement between these cumulative surface densities entirely satisfactory.

With respect to completeness, Moehler et al. (1990a) have recently raised the possibility that the PG survey might not be as complete as advertised for bright magnitudes, because of plate saturation effects. Their argument is based on the absence, in the PG sample, of the rather bright sdB stars HD 4539 ( $V = 10.32$ ) and PHL 1079 ( $V = 13.38$ ), which figure in the catalog of spectroscopically-identified hot subdwarf stars of Kilkenny, Heber, & Drilling (1988), and which lie in PG fields selected by Moehler et al. Should the PG survey be that incomplete at bright magnitudes, the number of bright subdwarfs missed in our work should be much larger, since our statistical sample covers one quarter of the whole sky, instead of the  $\sim 712 \text{ deg}^2$  of the Moehler et al. investigation. This is an important issue, which we address in some detail below.

### 3. DETERMINATION OF PHYSICAL PARAMETERS

An essential ingredient in the determination of the space density of subdwarf stars is to obtain distance estimates for individual objects. This is usually accomplished by *assuming* an average  $M_V$  for all the objects, or by determining individual  $M_V$  through model atmosphere determinations of effective temperatures and surface gravities. Because of the sheer size of the sample under investigation, accurate individual values for these parameters cannot be obtained. Rather, approximate ways have been devised to determine these parameters. Note that the largest source of uncertainty in the determination of individual distances arises from the surface gravity.

#### *3.1 Effective Temperature*

Even in the absence of ultraviolet spectrophotometry or optical spectra, fairly accurate values of the effective temperature can be obtained from a calibrated reddening-free color index constructed from the Strömgen colors of Paper I. We use here the index  $Q'$  defined by Bergeron et al. (1984), namely  $Q' = (u - b) - 1.56(b - y)$ . It is similar to that introduced by Strömgen (1966). That index is calibrated here with unpublished model atmosphere calculations appropriate for pure hydrogen atmospheres at  $\log g = 5.5$ . Note further that, as emphasized recently in Paper I (see also Saffer et al. 1994), the transformation to a calibrated system of the colors which enter the calculation of  $Q'$  represents an important uncertainty in the determination of temperatures based on photoelectric photometry. We consider here the transformations of Olson (1974), based on scans of main-sequence stars, and those of Schulz (1978), based on white dwarf energy distributions. They are discussed and compared in detail in Paper I. In general, effective temperatures based on the Olson transformations are higher than those derived on the basis of the Schulz



transformations, by amounts which can range from 2,000 K, near 25,000 K, to 8,000 K near 40,000 K (Paper I). In principle, a way to sort out these transformation problems for hot subdwarfs would be to compare the temperature estimates based on  $Q'$  only with those based on detailed model atmosphere analyses, where the effective temperature is determined from optical or ultraviolet spectrophotometry, as well as from optical photometry. However, there may well remain systematic differences between atmospheric parameters obtained in the analyses of Heber et al. (1984), Heber (1986), Moehler et al. (1990a), Theissen et al. (1993), Saffer et al. (1994), and Allard et al. (1995). Until these differences can be sorted out, there is no legitimate way to choose between the Olson or the Schulz transformations for hot subdwarfs. Both should be, and are, considered here, and the differences associated with these problems must be considered as an unavoidable uncertainty at this stage.

In addition to the problem of the calibration of the  $T_{\text{eff}}$  vs.  $Q'$  relation, another problem appears in using a large sample of photoelectric colors. This is highlighted in Figure 1b, where we present the complete photometric data used here in the form of a two-color diagram. Allowing for a small amount of interstellar reddening, most of the stars observed in Paper I follow a fairly well-defined sequence in that diagram. However several stars do show an apparent reddening in  $(b - y)$  which places them to the right of the sequence. Allard et al. (1994; see also Theissen et al. 1993) demonstrated that many of these stars were likely to be reddened by a cool main sequence companion. In particular, we find — on the basis of their analysis — that all the objects for which they secured *BVRI* photometry and which are located, in a Strömgren two-color diagram, to the right of an arbitrary boundary (shown in Fig. 1b) defined by  $(b - y) = 0.083(u - b) - 0.051$  are most likely composites. Thus, because the  $(u - b)$  color index is less affected by the possible presence of a

cool companion, we used a temperature determination based only on  $(u - b)$ , rather than on  $Q'$ , for those hot subdwarfs in our statistical sample which are located to the right of the boundary described above. All in all, this technique was used for 54 of the 209 objects which constitute our sample.<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> Our estimates of  $d$  for these objects ignore the influence of two residual effects associated with the presence of a companion: firstly, that associated with the neglect of the small contamination of  $(u - b)$ , which affects our estimates of  $T_{\text{eff}}$  and  $H_{5500}$ ; and, secondly, that associated with our use of a contaminated  $y$  magnitude to estimate  $f_{5500}$  in Equation (2). We estimate that, for typical parameters of both the subdwarf and the late-type companion, our neglect of each of these effects leads to the distance to the object being underestimated by  $\sim 5\%$ .

---

To determine an effective temperature for this subsample of stars, we first calibrated the  $T_{(u-b)}$  vs.  $T_{Q'}$  relation with 157 stars brighter than  $b = 15.0$  located to the left of the boundary, where no companions are expected. These calibrations are shown in Figure 3. Because our program stars are located at high galactic latitude and are thus only slightly reddened, we found, not surprisingly, a fairly tight relation between these two quantities, namely

$$T_{Q'} = 1.008T_{(u-b)} + 558 \text{ K}, \quad (1a)$$

for the Olson transformations, and

$$T_{Q'} = 0.921T_{(u-b)} + 525 \text{ K}, \quad (1b)$$

for the Schulz transformations. Once  $T_{(u-b)}$  is obtained from our sequence of model atmospheres, it is corrected, with the use of Equation (1), to a standard  $T_{Q'}$ .

### 3.2 Surface Gravity

Individual determinations of surface gravity were, at the time this work was carried out, available only for small subsamples of PG stars. Moehler et al. (1990a) presented results of accurate  $\log g$  determinations for a sample of 36 of these objects. A later companion sample, studied by Theissen et al. (1993), yielded individual values of  $\log g$  for 12 additional PG stars with well-determined parameters. More recently, after this analysis was completed, Saffer et al. (1994) presented  $\log g$  values for a larger sample of 68 stars, several of them in common with the work of Moehler et al. Similarly, the sample of hydrogen-rich subdwarf candidates being analyzed by Allard et al. (1995; also Allard 1986) contains more than 40 PG stars, but many are also in common with the samples studied in the three investigations mentioned above. Hence, even today, it remains unrealistic to hope for *individually-determined* gravities for our complete statistical sample of 209 objects. We were thus led to consider, below, several different methods to assign approximate values of  $\log g$  to the stars of our sample, methods which were generally based on the *average* properties of the small samples of sdB stars for which detailed analyses were available.

A central ingredient in two of these methods is the average gravity of hot, hydrogen-rich subdwarfs. This value can be estimated on the basis of past investigations. Thus, the results of Heber et al. (1984) and Heber (1986) yield  $\langle \log g \rangle = 5.50$ ,  $\sigma = 0.29$  for a sample of 15 objects culled from various sources. In the Moehler et al. (1990a) homogeneous sample of 37 objects, the mean  $\log g$  is 5.25, with a standard deviation  $\sigma \sim 0.25$  dex, and a typical uncertainty of 0.2 dex on individual values. The companion sample of 16 stars of Theissen et al. (1993) yields  $\langle \log g \rangle = 5.32$ ,  $\sigma = 0.27$ . However, the sample of Saffer et al. (1994) yields a somewhat larger  $\langle \log g \rangle = 5.76$ , with a standard deviation of  $\sim 0.21$  dex. This larger

average gravity can, according to Saffer et al., be traced back to two causes: earlier investigations (e.g. Moehler et al. 1990a) made use of a color-effective temperature calibration which is not internally consistent with the spectroscopic calibration of Saffer et al.; secondly, the use of a restricted number of lower Balmer lines in the estimation of  $\log g$  by Moehler et al. and their predecessors leads to a less accurate determination of the surface gravity, as compared, e.g., to the Saffer et al. investigation which makes use of lines up to H9. Even more recently, however, a spectroscopic analysis of a sample of hydrogen-rich subdwarf candidates by Allard et al. (1995) yields  $\langle \log g \rangle = 5.37$  with  $\sigma = 0.51$ ; these values are based on an analysis relying on H $\beta$  to H $\delta$  only, but without any use of a color-effective temperature calibration. Thus, despite residual systematic differences between these analyses which may need to be explored further, there is a general consensus that sdB stars have  $5.0 \lesssim \log g \lesssim 6.0$ . Note that theoretical evolutionary tracks for extended horizontal branch stars suggest that  $\log g$  varies with  $T_{\text{eff}}$  (see, e.g., Caloi 1989).

On the basis of these considerations, we have used four different methods to assign surface gravities to individual objects in our sample, and complete sequences of calculations were carried out for each method. The first sequence, called the *C* sequence, consists of assigning a constant surface gravity to all program stars. We chose this value to be  $\log g = 5.25$ , on the basis of the earlier estimates which placed the average gravity of sdB stars nearer that value. The constant-gravity sequence is probably the most unrealistic among those we consider. A second sequence, termed *GS*, mimics the Greenstein & Sargent (1974) method<sup>5</sup> for assigning  $\log g$  values

---

<sup>5</sup> The soundness of the Greenstein & Sargent  $\log g \theta^4 = \text{const.}$  relation is confirmed by the analysis of Saffer et al. (1994), who derive a slightly larger constant (2.64) on the basis of their sample of 68 hydrogen-rich subdwarfs.

---

( $\log g_{\theta^4} = 2.3$ ). Note that this method yields average properties for a given sample which are quite reasonable: we applied it to the sample of 37 stars of Moehler et al. (1990a), and found  $\langle \log g \rangle = 5.22$  with a standard deviation of  $\sigma = 0.15$ . Thus, the *GS* technique yields an average gravity similar to that determined directly by Moehler et al., but appears to underestimate the standard deviation of the sample. However, because this scheme has been used in some previous investigations of the statistical properties of sdB stars (e.g., Green & Liebert 1987), we adopt this sequence here as our reference sequence. In the last two sequences, called  $R_1$  and  $R_2$ , we assigned randomly individual  $\log g$  values; the  $\log g$  values were sampled from a Gaussian distribution centered on  $\log g = 5.25$ , of standard deviation  $\sigma = 0.25$ , and extending  $3\sigma$  on each side of the maximum.  $R_1$  and  $R_2$  refer to two different series of random numbers.

### 3.3 Distance Determination

Individual distances,  $d$ , are obtained directly from

$$d = 3.241 \times 10^{-19} \left[ \frac{4\pi GM H_{5500}}{g f_{5500}} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ pc}, \quad (2)$$

where  $H_{5500}$  and  $f_{5500}$  are, respectively, the Eddington flux at 5500 Å computed for a given  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  from models similar to those of Wesemael et al. (1980), and the flux detected at the top of the Earth atmosphere at the same wavelength. Other symbols have their usual meaning. The flux is obtained from the Heber et al. (1984) relation, whereby  $m_v = 0.000$  corresponds to  $3.60 \times 10^{-9} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$ . The height of each star above the galactic plane then follows from  $z = d \sin b$ , where  $b$  is the galactic latitude.

A  $\log g$  error of the order of the standard deviation adopted for our distribution (0.25 dex) leads to a 35% error on  $d$ . Otherwise, the most important

uncertainty is that associated with the assumed stellar mass. Following Moehler et al. (1990a), we adopt a constant value of  $0.5 \pm 0.1 M_{\odot}$ . This 20% uncertainty on the stellar mass translates into an additional 10% uncertainty on  $d$ . A 5% must also be added to account for the  $T_{\text{eff}}$  uncertainty which affects  $H_{5500}$ , and for the error on the Strömrgren  $y$  magnitude, which affects  $F_{5500}$ . The global effect is to produce a 50% uncertainty on  $d$  and  $z$ , an estimate comparable to that of Moehler et al.

With the distance  $d$  determined directly from  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$ , the absolute magnitude  $M_b$ , used in the statistical analyses, can be computed straightforwardly from

$$M_b = m_b + 5 - 5 \log d, \quad (3)$$

where  $d$  is expressed in pc, and where we have neglected interstellar extinction altogether, as seems reasonable for a sample located at high galactic latitudes. And although  $M_V$  is not used directly in our procedure, a similar equation can be used to compute that quantity as well, in order to compare the  $M_V$  distribution for the 209 stars of our sample with those derived in previous investigations. The resulting mean value and standard deviation depend both on the adopted method for assigning  $\log g$  (either the *C*, *GS*, *R1* or *R2* sequences described above), and on the particular photometric calibration used (either Schulz or Olson). They are given in Table 1. Our reference sequence, the *GS* sequence with Schulz calibration, has a mean of  $\langle M_V \rangle = 3.70$ , a value which should be compared with the following mean values derived in recent analyses: the value extracted from Greenstein & Sargent (1974),  $\langle M_V \rangle = 3.14$ ,  $\sigma = 0.76$ , based on the 26 sdB stars with reliable  $M_V$  in their Table A3;  $\langle M_V \rangle = 3.85$ ,  $\sigma = 0.60$ , for the 8 objects of Heber et al. (1984);  $\langle M_V \rangle = 4.41$ ,

$\sigma = 0.31$ , for the 7 new, single objects analyzed by Heber (1986); a mean of 5.0–5.3 derived by Downes (1986);  $\langle M_V \rangle = 3.53$ ,  $\sigma = 0.52$ , for the 37 objects studied by Moehler et al. (1990a); and a range of 4.3–4.5 derived by Liebert, Saffer, & Green (1994) for three B subdwarfs in the old, metal-rich galactic cluster NGC 6791.

#### 4. DETERMINATION OF THE SPACE DENSITY

##### 4.1 *Some General Considerations*

The availability of a large, magnitude-limited sample gives us the opportunity to derive statistical properties of sdB stars. Quite generally, the completeness of a sample can be estimated by means of the  $V/V_m$  test, as suggested by Schmidt (1968).  $V$  represents here the volume defined by the distance to an object within the survey, while  $V_m$  is the volume defined by the maximum distance to which the same object would be detected, given the magnitude limit of the survey. If the objects are uniformly distributed, the value of  $\langle V/V_m \rangle$  for the survey should be 0.5. For a non-uniform distribution, the same procedure can be applied to test for completeness, provided the respective volumes are weighted by the density distribution. As an illustration, the definition of the volumes in the particular case of a barometric law of density characterized by a scale height  $z_e$  is

$$dV' = dV \exp(-z/z_e), \quad (4a)$$

and

$$dV'_m = dV_m \exp(-z/z_e). \quad (4b)$$

Note that the  $V/V_m$  test can be applied with  $V'$  and  $V'_m$  *only if the parameter  $z_e$  is known*. Alternatively, if a given sample is known to be complete, parameter space

can be searched for the value of  $z_e$  which yields a  $\langle V'/V'_m \rangle$  near 0.5. We shall use this procedure here. Once  $z_e$  is determined, we can proceed with the calculation of the space density,  $D_0$ , which depends also on the assumed density distribution. Schmidt's (1975) method, which will be used here, consists of summing the  $1/V'_m$  for each star of a complete sample, where  $V'_m$  is the maximum density-weighted volume accessible to each object in the survey.

Given the large number of objects in our survey, it is possible to use here as well an alternate approach to determine both scale height and space density by straightforward fits to the observed number of stars as a function of  $z$ . Values of the scale height and  $D_0$  can be adjusted in the model stellar distribution to force it to match the observed  $N(z)$  variation. This procedure permits an independent, and simultaneous, determination of the scale height and space density, which will be compared below to the values generated within the  $V'/V'_m$  test and with Schmidt's  $1/V'_m$  method.

One of the main advantages of having a large sample of objects reaching down to fairly faint magnitudes is our ability to simulate smaller subsamples reaching down to various limiting magnitudes. Since we have accurate photoelectric colors at our disposal, we use the Strömgren  $b$  magnitude to define the magnitude cutoff of our various subsamples. We introduce 5 such subsamples, with limiting magnitudes of 13.0 (32 stars), 13.5 (72 stars), 14.0 (113 stars), 14.5 (182 stars) and finally 15.0 (the full sample of 209 stars). The first three subsamples are certainly as complete as the original survey itself, the fourth one most likely is (see § 2.2), while the last one clearly isn't. The consistency between the values of the scale height and density determined for samples reaching down to different limiting magnitudes provides us with a valuable way of estimating the significance of the derived parameters.



#### 4.2 Model Stellar Distributions

The radial brightness profile of the disk of a spiral galaxy follows a simple barometric law as a function of  $R$ , the distance to the galactic center (Freeman 1970). With a constant  $M/L$  ratio, this can be transformed into a stellar density law in the disk of the form  $D(R) = D_0 \exp(-R/R_0)$ . The disk scale length is estimated to be  $5.5 \pm 1.0$  kpc (van der Kruit 1986). At the solar radius ( $8.5 \pm 1$  kpc; Binney & Tremaine 1987), the density  $D(R)$  varies by less than 25% for variations in  $R$  on the scale of 1 kpc. Since the distances from the Sun, projected onto the galactic plane, are always less than 1 kpc, even for our most remote objects, we can safely ignore the radial density gradient.

As far as the vertical distribution of stars above the plane is concerned, the situation is much less clear. It is frequently assumed that the vertical dependence of the density function can be described, in the same way as the radial dependence, by a simple barometric law as a function of  $z$ , the height above the plane (e.g. Bahcall & Soneira 1980). Thus,

$$D = D_0 \exp(-z/z_e), \quad (5)$$

where  $D_0$  is the local space density in the disk, and  $z_e$  is the exponential scale height. However, it is well known (Mihalas & Binney 1981) that this law does not fit very well the true distribution near the galactic plane, and that a Gaussian law would be more appropriate. Following Freeman's (1978) suggestion to fit the  $z$  distribution by that of a locally isothermal sheet, van der Kruit & Searle (1981) adopt the following vertical space density function

$$D = D_0 \operatorname{sech}^2(z/z_0), \quad (6)$$

where  $z_0$  is the characteristic height of the distribution. This distribution has two limits of interest

$$z/z_0 \ll 1 : \operatorname{sech}^2(z/z_0) \sim \exp(-z^2/z_0^2), \quad (7a)$$

and

$$z/z_0 \gg 1 : \operatorname{sech}^2(z/z_0) \sim \exp(-2z/z_0). \quad (7b)$$

The first limit is the Gaussian dependence mentioned earlier, while the second one corresponds to an exponential dependence with a scale height of  $z_e = z_0/2$ .

Van der Kruit & Searle (1981) estimate  $z_0$  in the solar neighborhood to be  $\sim 600 - 700$  pc, a value consistent with the exponential scale height of late-type stars of  $300 - 400$  pc derived by Bahcall & Soneira (1980). They also find that values of  $z_0$  between 600 and 900 pc describe adequately the disks of various spiral galaxies.

However, it must be stressed that van der Kruit & Searle's studies were done in the optical, and that the vertical profiles were derived and modeled away from the plane to avoid the dust lane at small  $z$ . But as can be seen in (5) and (7b), both the barometric law and the  $\operatorname{sech}^2 z$  law look similar at large  $z$  and are only different for  $z \rightarrow 0$ . Near the plane, the differences between the two distributions are a factor of  $\sim 4$  in density and  $\sim 33\%$  in stellar velocity dispersion.

Wainscoat, Freeman, & Hyland (1989) have studied, in the near infrared, the vertical profiles of IC 2531, an edge-on galaxy similar to our own. That galaxy

has also the advantage to have a low far-infrared flux so that the contamination of the old disk light by young stars is minimal. They found that the  $z$  dependence of the light in IC 2531, particularly in the redder passbands which are less affected by absorption, has an excess at small  $z$  over the isothermal model for the old disk proposed by van der Kruit & Searle, and appears to be better fit by an exponential.

In fact, the exact dependence of the  $z$  distribution of the old disk distribution in external (and our own) galaxies is far from being settled. In a more recent paper, van der Kruit (1988) conceded that the  $\text{sech}^2$  law was a bad approximation of the  $z$  distribution at small  $z$ . Not only was that revision based on Wainscoat's results for IC 2531, but also on studies in our own Galaxy, such as the one by Fuchs & Wielen (1987) which showed that there is a significant gradient in the mean velocity dispersion with distance from the galactic plane, or the star count studies of Gilmore & Reid (1983) which show that the space density of the old disk population follows an exponential above 100 pc from the plane.

However, the exponential law is not free from problems, the more serious being the predicted gradient of the stellar velocity dispersion which is much stronger than what is seen in samples of old disk stars (Bahcall 1984a,b). In the light of all those studies, van der Kruit (1988) proposed an intermediate distribution in  $\text{sech } z$  (see also Barnaby & Thronson 1992) which is a compromise between the two main contenders for the  $z$  density distribution.

## 5. RESULTS FOR THE PGS SAMPLE

### 5.1 *Test of a Uniform Distribution*

While current evidence suggests that hot subdwarf stars are not distributed uniformly in the direction perpendicular to the galactic plane (Green et al. 1986.

Green & Liebert 1987), it is instructive first to consider the simple-minded model of a uniform distribution. We have at our disposal five magnitude-limited subsamples of subdwarf stars, for which we can carry out a  $V/V_m$  test under the assumption of a uniform distribution in  $z$ . Whether a given, complete, subsample shows a departure from a uniform distribution depends on the scale height of the stellar distribution. In particular, for a complete subsample characterized by the average height  $\langle z \rangle$  of its members above the plane, a value of  $\langle V/V_m \rangle$  less than 0.5 signals a breakdown of the assumption of a uniform distribution on the scale of  $\langle z \rangle$ .

Table 2 summarizes the results of these tests. Looking first at the three fainter bins, we find values of  $\langle V/V_m \rangle$  becoming increasingly smaller than 0.5 as  $b_{lim}$  increases. As mentioned previously, this is likely to be the signature of the non-uniform vertical distribution of hot subdwarfs in the solar neighborhood on the scale of  $\langle z \rangle$ . From it, we deduce a mild constraint on the characteristic height of distribution of these objects: with geometrical effects appearing unambiguously in the  $b_{lim} = 14.0$  bin, the characteristic height of distribution of subdwarfs must be of the order of, or smaller than, the average  $\langle z \rangle$  value for the subsample reaching that magnitude, which we calculate to be of the order of 660–780 pc. Note that the very low value of  $V/V_m$  for the last,  $b_{lim} = 15.0$ , bin does reflect both departures from an homogeneous distribution as well as the severe non-completeness of this deep survey.

Proceeding now to the two brightest bins, we find that the values of  $\langle V/V_m \rangle$  for those bins are consistent, within the uncertainties (evaluated as in Green 1980), with a value of 0.5. This implies one of two things: taken at face value, the consistency of the  $\langle V/V_m \rangle$  value for those samples with that of an homogeneous distribution suggests that the scale height of the distribution must be *considerably larger* ( $\gtrsim 1$  kpc) than the average value of  $z$  of stars in the samples, namely 480–570

pc (see Table 2). On the other hand, if one favors a smaller scale height (as do most studies today) for the stellar distribution, the only way to obtain  $\langle V/V_m \rangle = 0.5$  is to assume that the  $\langle V/V_m \rangle$  values are skewed by a deficiency of bright objects in the PG survey. Either way, then, there is a problem.

### 5.2 A First Look at the Incompleteness at Bright Magnitudes of the PG Survey

As mentioned previously, Moehler et al. (1990a) have argued that the completeness of the PG survey is smaller than advertised at bright magnitudes. The results of our  $V/V_m$  tests for the two brightest subsamples certainly seem to corroborate that result (although an exponential scale height  $\gtrsim 1$  kpc could also account for the results found). Clearly, the interpretation of the results of the  $V/V_m$  test for the brightest subsamples depends critically on their completeness.

How many bright objects could have been missed in the PG sample? A crude estimate of that number can be obtained by extending the results of Moehler et al. (1990a) to a larger region of the sky. Accordingly, we have searched the catalog of spectroscopically-identified hot subdwarfs of Kilkenny et al. (1988) for bright hydrogen-rich hot subdwarfs *not recovered in the PG catalog*, but nevertheless located in fields which are part of our complete sample. While this procedure carries some uncertainties, we believe we have identified 11 such objects, which have been missed by the PG survey<sup>6</sup>. Of course, there is no reason to believe either that the

---

<sup>6</sup> The objects are: HD 4539 ( $V=10.32$ ), in the PG field 172; BD +25° 2534 ( $V=10.55$ ), in field 116; F 91 ( $V=13.5$ ), in field 279; F 108 ( $V=12.98$ ), in field 169; PB 5450 ( $V=13.06$ ), in field 169; UV 1419-09 ( $V=12.09$ ), in field 243; HD 149382 ( $V=8.95$ ), in field 266; BD +29° 3070 ( $V \leq 11.6$ ), in field 109; BD -3° 5357 ( $V=9.34$ ), in field 162; UV 1735+22 ( $V \leq 11.7$ ), in field 109; SA 58-327 ( $B=13$ ), in field 135. All these objects are located within a radius of  $4.^\circ 35$  of the center of the

given field. Note that we recover here HD 4539, whose absence in the PG survey was already noted by Moehler et al. (1990a), but not PHL 1079, which we find to be slightly outside field 177. The photometry listed here, and the coordinates used, are from Kilkenney et al. (1988).

---

Kilkenney et al. (1988) catalog is complete with respect to bright, hydrogen-rich subdwarfs over the more than  $10,000 \text{ deg}^2$  of the PG survey. But, clearly, our rudimentary search suggests that there might indeed be a fair number of hydrogen-rich subdwarfs missing at bright magnitudes in the PG catalog: our estimates for the number of missing objects range from 30, based on a scaling of the two stars reported by Moehler et al. (1990a) in their search of  $712 \text{ deg}^2$  (15 if we exclude PHL 1079, as suggested here), to 11, on the basis of our own accounting in the Kilkenney et al. (1988) catalog.

Given this uncertainty, it became of interest to explore (see §6.1) the effects brought about by the inclusion of additional bright objects to our original sample. We shall consider two cases: firstly the inclusion of the 11 objects identified above; and secondly the addition of a total of  $\sim 20$  bright objects below  $b = 12.5$  to our PGS sample of 209 stars. In the former case, the actual galactic latitudes and colors, when available, of the 11 objects were used to include them in the augmented sample. In the latter case, the 20 objects were all assigned the same colors ( $[u-b] = -0.073$ ;  $[b-y] = -0.076$ , the average colors in our sample of 209 objects), and the same galactic latitude ( $\sin b = 0.75$ , again the average value for the sample). The assignment of  $b$  magnitudes to individual objects was then made on the basis of our cumulative surface density of hydrogen-rich subdwarfs for the sample of 209 objects, which is shown in Figure 2b (labeled PGS). The logarithmic count slope between the  $b = 14.0$  and  $b = 14.5$  bins was simply extrapolated linearly at brighter

magnitudes. Figure 2b shows the result of this procedure: the cumulative surface density obtained by including the 11 additional stars found in the Kilkenny et al. catalog is labeled PGS+11, while that obtained by adding instead 20 supplementary objects is labeled PGS+20.

### 5.3 Results within the Exponential Model

We consider here an exponential stellar distribution perpendicular to the plane. As a first step, we need to evaluate  $z_e$ , and this is accomplished by carrying out the  $\langle V'/V'_m \rangle$  test for different values of  $z_e$  on each subsample expected to be complete. The value of  $z_e$  which gives, within the uncertainties, a  $V'/V'_m$  near 0.5 for a given subsample is defined as the optimal exponential scale height for this sample.

Table 3 shows the results obtained for the *GS* sequence, with effective temperatures based on the Schulz (1978) calibration. For each survey down to a given limiting brightness, we give the  $z_e$  value required to satisfy  $\langle V'/V'_m \rangle = 0.5$  for that survey, as well as the associated space density. For the two brightest subsamples, the  $\langle V'/V'_m \rangle = 0.5$  requirement cannot be met, as even an exponential distribution with an infinite scale height, i.e., a uniform distribution, does not provide a  $\langle V'/V'_m \rangle$  value of 0.5 (see Table 2). The value of  $z_e$  listed in the first two lines of Table 3 are thus lower limits obtained by requiring that the  $\langle V'/V'_m \rangle$  value be within one  $\sigma$  of 0.5 (see Table 2). Values of  $z_e$  obtained from the next two brightness bins, which are still affected by the incompleteness at bright magnitudes, are in the range of 300–900 pc. On the basis of these two bins,  $\langle D_0 \rangle = 1.5 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ . The last bin displays an artificially smaller value of  $z_e$ , an expected result since this sample is far from statistical completeness: to model it with an exponential distribution requires a steeply decreasing distribution or, equivalently, a small exponential scale

height.

For the two subsamples down to  $b_{lim} = 14.0$  and  $14.5$ , we also list the value of  $\langle V'/V'_m \rangle$  which would be obtained if a value of  $z_e = 250$  pc had been selected at the outset. This is a value typical of the exponential scale heights derived for these objects on the basis of restricted samples of PG stars (Moehler et al. 1990a; Theissen et al. 1993). Our calculations show that *this value of  $z_e$  does not satisfy the  $V'/V'_m$  test for either of our two larger complete subsamples.*

To further explore to what extent an exponential distribution can reproduce the detailed  $N(z)$  distribution of stars within our subsamples, we have attempted to fit, with a  $\chi^2$  technique, the observed  $N(z)$  distributions to those predicted within the exponential model, treating the density  $D_0$  and the scale height  $z_e$  as adjustable parameters. In this procedure, the number of stars at bin  $z_i$  located between  $z_{i-1}$  and  $z_{i+1}$  in a survey of  $n$  fields, each characterized by a solid angle  $\omega_j$  and a central galactic latitude  $b_j$  is, for a given choice of  $D_0$  and  $z_e$ ,

$$N(z_i) = \sum_{j=1}^n \frac{D_0 \omega_j}{\sin^3 b_j} \int_{z_{i-1}}^{\text{Min}(z_{i+1}, z_{max}(j))} z^2 \exp(-z/z_e) dz. \quad (8)$$

The maximum  $z$  at which field  $j$  contributes,  $z_{max}(j)$ , is determined by the limiting magnitude of the survey, the galactic latitude of the field, and the absolute magnitude of stars within it. For the specific purpose of this calculation, we assume  $M_b = 3.5$  for all stars within a field, a value based on the mean value  $\langle M_V \rangle = 3.56$  for all the Schulz sequences of Table 3, and on the mean color of stars in our sample,  $\langle (b - y) \rangle = -0.076$ .

The general  $\chi^2$  for our problem is



$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{N(z_i) - N(z_i, D_0, z_e)}{\sigma_i} \right]^2, \quad (9)$$

where  $N$  represent the number of bins,  $N(z_i)$  the observed number of stars in bin  $z_i$  and  $N(z_i, D_0, z_e)$  the number of stars predicted for a given  $D_0$  and  $z_e$ , and  $\sigma_i$  the error on  $N(z_i)$ . The latter are estimated under the assumption that the observed  $N(z_i)$  can be described by a Poisson distribution; thus  $\sigma_i = \sqrt{N(z_i)}$ .

Sample results of these calculations are displayed in Figures 4–8, and in Table 4. We have isolated, in these figures, the uncertainties associated with (i) the method adopted in assigning surface gravities, (ii) the color transformation used for the assignment of  $T_{\text{eff}}$ , and (iii) the depth of the subsample under consideration. In Figure 4, we display fits to the  $N(z)$  distribution for the  $b_{lim} = 14.5$  subsample. Temperatures here are derived with the Schulz (1978) photometric transformation. The four panels show the various sequences of  $\log g$  determination, namely  $C$ ,  $GS$ ,  $R_1$ , and  $R_2$ , while Figure 5 displays, in the form of contour plots, the confidence level associated with these fits to the  $N(z)$  distribution. Figure 6 displays the differences associated with a change from the Schulz (1978) to the Olson (1974) color transformation for the  $b_{lim} = 14.5$  subsample and the  $GS$  and  $R_2$  sequences. Figure 7 displays the results obtained for the  $GS$  sequence for the complete set of four magnitude subsamples, while Figure 8 displays, once again, the confidence levels associated with these fits in the  $(D_0, z_e)$  plane. The derived values of  $z_e$ , the optimal value of the exponential scale height, and of  $D_0$ , the associated value of the space density, for all these sequences are given in Table 4.

Some interesting results can be extracted from an examination of Table 4. First of all, the use of different techniques to assign individual  $\log g$ , and thus  $M_V$  values lead to uncertainties, within the exponential model, of a factor  $\sim 2$  in  $D_0$ .

The change in  $z_e$  is more difficult to evaluate since the value of  $z_e$  for the 14.5C sequence is a lower limit only and is essentially unconstrained (a discussion of this point appears below); on the basis of the other three sequences, the uncertainty in  $z_e$  appears to be of the order of 15%, but the true uncertainty is likely to be much larger, perhaps as much as 50%. Furthermore, the changes brought about by different color transformations are of the order of a factor  $\lesssim 2$  both in  $D_0$  and in  $z_e$ . Changes in the color transformation impact differently on different methods of assigning  $M_V$ . For example, in the  $R_2$  sequence, the higher temperatures assigned with the Olson calibration simply lead to larger luminosities, larger individual distances, and thus larger values of  $z_e$  and lower values of  $D_0$ . In the  $GS$  sequence, the effects are more complex since the Olson calibration leads not only to hotter temperatures, but also to larger surface gravities through the  $\log g\theta^4 = 2.3$  relationship. These temperature and gravity changes affect the luminosity in opposite directions, but our calculations show that the surface gravity variations dominate the luminosity changes. Hence, in the  $GS$  sequence, the luminosities are ultimately *decreased* when the Olson calibration is used; the exponential scale height  $z_e$  thus decreases, and the space density  $D_0$  increases compared to the values determined with the Schulz calibration.

We now proceed to an examination of the sensitivity of the derived  $z_e$  and  $D_0$  values to the limiting brightness of the sample: in this respect, our results are far from satisfactory, in the sense that — as illustrated in Figures 3a,b,c — the exponential scale height is essentially unconstrained in our two-dimensional fits to the  $N(z)$  distributions of the brightest bins. This is also the case (see Fig. 5a) with the 14.5C sequence, where the surface gravity of all stars in the sample is assumed to be a constant. In all these cases, the contours of equal confidence level are unbounded at large values of  $z_e$ . The values given in Table 4 are lower limits

on  $z_e$  based on the 90% confidence level. Note, however, that the corresponding values of  $D_0$  remain nevertheless fairly well constrained, irrespective of the value of  $z_e$ . On the basis of our *GS* sequence,  $\langle D_0 \rangle = 1.1 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ , with a standard deviation of  $0.3 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ . One way to understand this lack of sensitivity is to realize that the space density summing of the individual  $1/V'_m$  contribution of each star (see eq. 4b) becomes independent of  $z_e$  once  $z_e$  is large enough,  $z_e \gtrsim \langle z \rangle$ . Put differently, the boundaries of the contours are vertical lines in the  $(z_e, D_0)$  plane. Furthermore the values of  $D_0$  derived here are entirely consistent with the space densities derived with the  $V'/V'_m$  test in Table 3.

In many ways, our inability to constrain properly  $z_e$  on the basis of our fits to the  $N(z)$  distribution is reminiscent of problems encountered earlier within the  $V'/V'_m$  formalism (Table 3), where no value of  $z_e$ , however large, could satisfy the  $V'/V'_m$  test for the brightest bins. In order to try to account for these difficulties, we explore first the possibility that the exponential distribution might not be a good representation of the vertical distribution of hydrogen-rich subdwarfs, and consider the isothermal sheet distribution introduced in §4.2.

#### 5.4 *The Isothermal Sheet Distribution to the Rescue?*

We next investigate the adequacy of the isothermal-sheet model, given by Equation (6), in satisfying the  $V'/V'_m$  test as well as to describe the observed  $N(z)$  variations for our various brightness subsamples. The results of this analysis are provided in Table 5 and 6. In Table 5, we have repeated our  $V'/V'_m$  tests with the five original brightness subsamples. The new results are clearly consistent with those of Table 3: the test cannot be satisfied for the two brightest magnitude bins, where the  $\langle V'/V'_m \rangle$  value remains significantly above 0.5. For the next two bins, a value of  $z_0 = 1000 \text{ pc}$  satisfies the test, with an associated value of the density

of  $\langle D_0 \rangle = 1.1 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ . The last bin, associated with the statistically incomplete survey down to  $b_{lim} = 15.0$ , once again requires a small scale height, 650 pc, to compensate for that incompleteness.

We next consider fits to the observed  $N(z)$  distribution, and again write that the number of stars at bin  $z_i$ , located between  $z_{i-1}$  and  $z_{i+1}$ , in a survey of  $n$  fields, each characterized by a solid angle  $\omega_j$  and a central galactic latitude  $b_j$  is, for a given value of  $D_0$  and  $z_0$ ,

$$N(z_i) = \sum_{j=1}^n \frac{D_0 \omega_j}{\sin^3 b_j} \int_{z_{i-1}}^{\text{Min}(z_{i+1}, z_{max}(j))} z^2 \text{sech}^2(-z/z_0) dz \quad (10)$$

Sample results from these fits are shown in Figure 9, and the derived parameters are summarized in Table 6. Clearly, the use of a different model for the spatial distribution of hydrogen-rich subdwarfs has not altered the basic conclusions already reached in §5.3: the distribution scale heights remain relatively unconstrained in studies of the first three brightness subsamples, down to  $b_{lim} = 14.0$ , while the space density determination remains relatively insensitive to the exact value of  $z_0$ ; we find, within the isothermal distribution and for the *GS* sequence,  $\langle D_0 \rangle = 0.9 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ , with a standard deviation of  $0.1 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ .

## 6. THE CONFIRMED DEARTH OF BRIGHT OBJECTS IN THE PG SURVEY

Given *i*) the results of our study of a uniform distribution in §5.1, which argued for a likely dearth of bright objects in our statistical sample, *ii*) the observational evidence, presented in §5.2, of such a paucity, and *iii*) the problems encountered in §5.3, 5.4 in deriving homogeneous and self-consistent values of the scale height of distribution of hydrogen-rich subdwarfs within two distinct geometrical

models, we have considered further the influence of this incompleteness at bright magnitudes on the results of our determinations of either  $z_e$  or  $z_0$  and  $D_0$ . This has been done along the following two distinct lines: first of all, we have repeated all of our calculations with two augmented data sets, termed earlier PGS+11 and PGS+20, which attempt to redress the paucity of bright objects in our initial sample (termed PGS in Fig. 2b). As a second, alternative procedure, we have elected to impose a *bright limit* to all our statistical samples.

### 6.1 The PGS+11 and PGS+20 Samples

Sample results based on our use of the PGS+11 and PGS+20 samples are given in Table 7 to 9. Table 7 shows that the improvements brought about by the inclusion of additional bright objects in our exponential description are obvious and dramatic: the requirement that  $\langle V'/V'_m \rangle = 0.5$  can now be satisfied for all magnitude bins with the PGS+11 sample, although the exponential scale heights remain poorly constrained. Only with the inclusion of 20 additional, bright objects, does it become possible to satisfy fairly consistently the  $V'/V'_m$  criterion, and this with exponential scale heights in the 400–500 pc range. The first bin, with  $b_{lim} = 13$ , requires a smaller scale height,  $z_e = 275$  pc. The average height  $\langle z \rangle$  above the galactic plane of stars within that bin in the PGS+20 sample is 380 pc; in general, we found it difficult to constrain effectively, with stars in that bin, the exponential scale height of the distribution since this bin barely probes into the Galaxy. Note furthermore that, for both augmented samples at  $b_{lim} = 14.0$  and 14.5, the canonical value of  $z_e = 250$  pc again fails to yield a value of  $\langle V'/V'_m \rangle$  near 0.50. While all results in Table 7 were obtained within the exponential model, similar improvements were seen in the consistency of the results of the  $V'/V'_m$  test with the isothermal-sheet model.

Prompted by these improvements, we have also repeated all our fits to the

$N(z)$  distributions with both samples and within both exponential and isothermal geometries. Sample results are given in Tables 8 and 9 for the sample PGS+20 only. In general, these results are more satisfactory in the sense that (i) the contours of equal confidence level all now tend to be closed, except for the 13.5GS sequence within both geometrical models, and (ii) we now find a much improved consistency between the values of the characteristic scale height determined from the various brightness bins: including the brightest bin ( $b_{lim} = 13.0$ ), which consistently yields a smaller scale height, and using the 90% confidence value for the 13.5GS sequence yields  $\langle z_e \rangle = 390$  pc, with a standard deviation  $\sigma = 130$  pc for the GS sequence within the exponential model. Leaving the 13.0 and 13.5 bins out,  $\langle z_e \rangle = 500$  pc. For the same sequence within the isothermal-sheet model,  $\langle z_0 \rangle = 550$  pc, with a standard deviation  $\sigma = 205$  pc, with the  $b_{lim} = 13.0$  and 13.5 bins, or  $\langle z_0 \rangle = 725$  pc without them. The corresponding space densities are, using all four bins,  $\langle D_0 \rangle = 3.1 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ , with a standard deviation of  $1.4 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$  for the exponential distribution, and  $\langle D_0 \rangle = 1.9 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ , with  $\sigma = 0.9 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$  for the isothermal one.

### 6.2 A Bright Magnitude Cutoff

In this alternative approach, we impose a bright cutoff to all our statistical subsamples. This method, while reducing the number of objects within each sample, avoids some of the arbitrariness associated with the addition of 'missed objects' to the statistical sample. The  $V'/V'_m$  test, as well as the determination of space densities based on the summing of the  $1/V'_m$  contributions, can be used here as well, provided that the volumes used are those of truncated cones.

We have chosen, for this procedure, a bright cutoff of  $b = 12.5$ , a value consistent with the 4-magnitude dynamic range of the IIaO film used in the

photographic survey. Note that, even at that relatively faint value, there is evidence that some stars fainter than this cutoff have been missed in the PG survey (i.e. F108, F91, PB 5450, and SA 58-327; see footnote 5). With this cutoff the  $b_{lim} = 14.5$  sample, which contained 182 stars, is now reduced to 168 objects. For a typical subdwarf at  $M_V = 3.5$  and at a galactic latitude of  $60^\circ$ , the range of heights above the plane sampled by the range  $12.5 \leq b \leq 14.5$  would be  $550 \text{ pc} \leq z \leq 1400 \text{ pc}$ . For our reference sequence GS based on the Schulz calibration and the  $b_{lim} = 14.5$  sample, we satisfy the  $V'/V'_m$  test with an exponential scale height of  $z_e = 500 \text{ pc}$ ; the associated space density is  $D_0 = 2.8 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ . These values are in excellent agreement with those found with the PGS+20 sample, namely  $z_e = 500 \text{ pc}$ ,  $D_0 = 2.9 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$  (see Table 7). On the other hand, the procedure of fitting the now truncated  $N(z)$  distribution with an exponential model yields  $z_e = 700 \text{ pc}$ ,  $D_0 = 1.5 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ , while a similar procedure carried out on the PGS+20 sample yielded  $z_e = 500 \text{ pc}$ ,  $D_0 = 2.5 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$  (see Table 8). Thus, this independent method — which consists in removing from rather than adding to — our sample, yields exponential scale heights and space densities for the hot subdwarfs which are consistent with those obtained earlier in §6.1. Furthermore, our analysis based on the imposition of a bright cutoff confirms as well an earlier result: were the scale height *fixed* at 250 pc, the resulting  $V'/V'_m$  value would be an unsatisfactory 0.61, a clear sign that the value chosen for  $z_e$  is wrong.

### 6.3 Summary

The values of the characteristic scale height obtained from our fits to the  $N(z)$  distribution within both geometrical models, and for the three samples under consideration (PGS, PGS+11, and PGS+20) are summarized in Figures 10 and 11, where they have been plotted as a function of  $b_{lim}$ . The arrows indicate lower limits

at the 90% confidence level of our fits.

Our results up to now can be further summarized in the following manner: *i*) The  $V/V_m$  test applied to our various magnitude subsamples suggests that there is a likely dearth of bright objects in the PG survey which may affect the results of statistical analyses of that sample; *ii*) the space density of hot subdwarfs appears fairly well constrained within an exponential model, and is of the order of  $\langle D_0 \rangle = 1.5 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ , uncertain by a factor of  $\sim 2$ ; *iii*) however, it appears difficult to determine with confidence the characteristic scale height of the distribution. Both the traditional  $V'/V'_m$  procedure, and direct fits to the  $N(z)$  distribution of objects, fail to yield secure, and self-consistent, estimates of  $z_e$ ; *iv*) consideration of an alternate model of the spatial distribution of these objects, an isothermal-disk distribution, yields values of the space density  $\langle D_0 \rangle$  similar to those determined earlier. However, problems remain in establishing an unambiguous value for the characteristic scale height of distribution,  $z_0$ , within that model; *v*) the homogeneity and self-consistency of these results improves significantly when the expected dearth of bright objects in the PG survey is explicitly taken into account. On the basis of statistical samples corrected for missed, bright objects or of samples sporting a bright magnitude cutoff, we derive the following properties for the distribution of hydrogen-rich subdwarfs: a space density of the order of  $\langle D_0 \rangle = 3 \pm 1 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ , and an exponential scale height of the order of  $\langle z_e \rangle = 450 \pm 150 \text{ pc}$  or, alternatively, an isothermal-disk scale height of the order of  $\langle z_0 \rangle = 600 \pm 150 \text{ pc}$ . The latter value is consistent with that determined in the solar neighborhood by van der Kruit & Searle (1981), as well as with the value of  $z_0$  characteristic of the disk of spiral galaxies in general.



## 7. A COMPARISON WITH PREVIOUS DETERMINATIONS

The results obtained here differ in two significant respects from those of previous analyses (Green et al. 1986; Heber 1986; Downes 1986; Green & Liebert 1987; Moehler et al. 1990a; Bixler et al. 1991; Saffer 1991; Theissen et al. 1993) of the statistical properties of hot, hydrogen-rich subdwarfs: firstly, our characteristic scale heights of distribution appear consistently larger than the values previously determined, or used, in these investigations. Secondly, our value of the space density is a factor 5–10 smaller than those derived earlier.

In general, the space density depends on the statistical sample under consideration, the scale height adopted, and the absolute visual magnitude,  $M_V$ , of the objects in the sample. The scale height, in turn, can be either assumed, or derived on the basis of a  $V'/V'_m$  test. Most of the differences noted earlier can be traced back to one, or several, of these steps. Note that, everything else being equal, the use of a larger scale height will yield a smaller space density.

### 7.1 Downes (1986)

Downes (1986), in his galactic plane survey, derives an exponential scale height  $z_e$  of 175 pc, and finds a space density between  $1.5$  and  $2.0 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$ . His sample of sdB stars contains 31 objects brighter than  $B_{pg} = 15.3$ , the magnitude cutoff required to satisfy the  $V'/V'_m$  test for the KPD white dwarf sample. The scale height  $z_e$  is determined by requiring that the  $V'/V'_m$  test be satisfied as well with the sample of sdB stars at hand: this procedure imposes  $z_e \geq 150 \text{pc}$ , and Downes adopts  $z_e = 175 \text{pc}$  for the rest of his analysis.

Because the KPD survey is concentrated in the galactic plane, interstellar extinction is a critical factor in his determination of  $M_V$ . Individual distances are derived from a reddening vs. distance relationship, and the reddening itself is

established from the observed  $(B - V)$  and an assumed average  $(B - V)_0$  value. The mean  $M_V$  for the KPD subdwarfs is 5.0–5.3, depending on the assumed intrinsic color, values 1.3–1.6 mag fainter than the mean of our own reference sample ( $\langle M_V \rangle = 3.7$ ; see Table 1). This difference is sufficient to generate nearly an order of magnitude difference in the space density, since the use of Downes' fainter mean  $M_V$  instead of our own leads to individual distances a factor of  $\sim 2$  smaller than those in our original estimate. Thus all the volume elements  $V'_m$ , which scale as  $d^3$ , are 8 times smaller, and the total space density 8 times larger. His use of a value of  $z_e$  generally smaller than the values suggested here also leads to larger space densities, but this is not a particularly important effect in this context, because of the low  $\langle z \rangle$  values which characterize the KPD survey.

### *7.2 Green et al. (1986) and Green & Liebert (1987)*

In a preliminary analysis based on the then recently-completed PG survey, Green et al. compute the sum of the  $1/V'_m$  for all sdB stars of the entire survey using Downes'  $M_V$  of 5.0 to determine individual distances. They require an exponential scale height  $z_e$  of 325 pc to match Downes' space density in the plane of  $1.5 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$ . Were we to adopt this value of  $z_e$  we would find, for the 14.5GS sequence, a space density of  $5.1 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$ . This result differs from that of Green et al. by a factor  $\sim 3$ . It turns out, rather coincidentally, that the individual volume elements  $V'_m$  should be comparable in both investigations, because Green et al. use both a fainter absolute magnitude for their stars and a fainter limiting magnitude for their survey (the  $B_{pg} \sim 16.2$  limit of the whole PG survey). Because of this, the space density, which involves a sum over the individual  $V'_m$ , scales approximately linearly with the number of objects. Green et al. use the whole PG survey, with its 684 objects; we use here 182 objects down to  $b_{lim} = 14.5$ . The ratio between

the sizes of the samples used ( $\sim 3.7$ ) matches approximately the observed ratio of space densities ( $\sim 3$ ).

In a more recent reinvestigation of this problem, Green & Liebert (1987) use an early subset, containing 69 PG objects, of the sample of photoelectric Strömberg observations of Paper I, and *assume* an exponential scale height  $z_e = 250$  pc. Note that, as already discussed above and illustrated in Table 3, the  $V'/V'_m$  test suggests that this value of  $z_e$  does not satisfy the  $V'/V'_m$  test for our pared-down subsamples reaching down to  $b_{lim} = 14.0$  or  $b_{lim} = 14.5$ . Their analysis yields a space density of hydrogen-rich subdwarfs of  $2.4 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$ . Had we adopted this exponential scale height in concert with our 14.5GS sequence, the space density obtained from the  $1/V'_m$  summing would be  $8.7 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$  (see Table 3), within a factor of  $\sim 3$  from that of Green & Liebert.

### 7.3 Heber (1986) and Moehler et al. (1990a)

Heber (1986) determines an exponential scale height,  $z_e$ , of 190 pc, and derives, with the  $1/V'_m$  technique, a space density of  $4 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$  with a sample of 12 sdB taken from the Sletteback & Brundage objective prism survey (1971). More recently, Moehler et al. (1990a) determine a new value of  $z_e$ , which is consistent with the earlier result, of 250 pc, and find, with the same technique, a space density of  $1.0 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$  for a sample of 11 sdB stars taken from the PG survey. The latest determination of Theissen et al. (1993) corroborates these values.

We have already noted, in §3.3, the differences in the derived values of  $M_V$  in the three investigations concerned. For the subsamples used for statistical purposes, the mean values are  $\langle M_V \rangle = 4.2$  for the 12 objects of Heber (1986),  $\langle M_V \rangle = 3.2$ , estimated for the statistical sample of 11 objects selected by Moehler et al. (1990a), and  $\langle M_V \rangle = 3.70$  for our own reference sequence. Clearly, these differences will

impact on the determination of  $D_0$ , in the sense seen above that a brighter mean  $M_V$  value generally leads to smaller space densities.

As far as the value of  $z_e$  is concerned, both Heber (1986) and Moehler et al. (1990a) determine  $z_e$  by fitting an exponential distribution to the observed  $N(z_i)$  distribution. While this is conceptually similar to one of our own procedures, the method used is quite different. For a small differential field, the number of stars within a bin located at  $z$  and of width  $\Delta z$  is given by

$$N(z) = \frac{D_0 \omega z^2 \Delta z}{\sin^3 b} \exp(-z/z_e), \quad (11)$$

where  $\omega$  and  $b$  are the values appropriate to the small field. Then, for this small field,

$$\ln N - 2 \ln z = -z/z_e + \ln(D_0 \omega \Delta z / \sin^3 b) \quad (12)$$

A plot of  $(\ln N - 2 \ln z)$  vs.  $z$  thus has a slope of  $-1/z_e$ . Both Heber and Moehler et al. use plots of  $\ln N - 2 \ln z$  to determine  $z_e$ .

We make the following two comments on this approach to determine  $z_e$ : Firstly, as was shown earlier, for a survey which comprises more than one small field, eq. 11 should be summed over all fields, each characterized by its own value of  $\omega_j$  and  $b_j$ , and integrated over  $z$  from  $z - \Delta z/2$  to  $z + \Delta z/2$ . However, this summing makes the use of Eq. 12 somewhat problematic, since the term  $\omega/\sin^3 b$  is ill-defined.

Secondly, and more importantly, when one attempts to fit a straight line through the  $(\ln N - 2 \ln z)$  values, one invariably finds a mean slope that reduces to

the gradient of  $-2\ln z$  between the first and last bin, since the  $\ln N$  term is negligible compared to the  $-2\ln z$  term. Neglecting the  $\ln N$  term altogether would lead to the following *approximate* form for the slope

$$-1/z_e \simeq \frac{2\ln(z_n/z_1)}{z_n - z_1}, \quad (13)$$

where  $z_1$  and  $z_n$  are the  $z$  values associated with the first and last bin, respectively. Table 10 presents the scale heights obtained from the formal linear regression of the  $(\ln N - 2\ln z)$  data carried out by these authors, called there  $z_{lr}$ , as well as our approximate value of that quantity, as predicted from eq. 13, which we call  $z_a$ . The Heber 1986.1 and 1986.2 results represent different fits to the same data set. In the first case, the two stars with the largest values of  $z$  are ignored, while in the other case (1986.2), all 10 stars are included up to  $z = 1100$  pc. The final value of  $z_e = 190$  pc, quoted earlier from Heber (1986), is a mean of these two values. It is clear from these tests that the  $z_e$  values generated by the linear regression of these authors can be reproduced satisfactorily by our approximate treatment. To pursue the argument further we have, in addition, determined  $z_e$  for our own data sets with the  $\ln N - 2\ln z$  prescription. These results are also summarized in Table 10. Once again, the linear regression results can be fairly accurately reproduced by simply taking the difference between the first and last bins, as asserted above. It is thus clear, from an examination of eq. 13, that the values of  $z_e$  generated from a linear regression of that nature are simply related to the depth of the survey, and by no means to the  $z$  distribution itself; this method yields values of  $z_e$  which increase monotonically as the limiting depth of the sample increases. It is clearly no accident that the value of  $z_e$  we derive here on the basis of our own 14GS sample (235–260 pc) is entirely consistent with that derived by Moehler et al. (1990a), namely 250 pc.

on the basis of their small subsample of PG stars *which reaches down to*  $B_{pg} = 14.0$ .

Had we adopted the same exponential scale height ( $z_e = 250$  pc), the same subsample of 11 objects, and the same limiting magnitude ( $B_{pg} = 14.0$  or  $b_{lim} \sim 14.2$ ) as Moehler et al. (1990a), but our own techniques for assigning distances (or  $M_V$ ), the  $1/V'_m$  method would have yielded a space density of  $8.8 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$  for the Schulz transformation, and of  $9.4 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$  for the Olson transformation<sup>7</sup>. Both

---

<sup>7</sup> This comparison can be further extended by using, in addition, the values of  $M_V$  derived by Moehler et al. (1990a). In that case, we derive a space density of  $9.0 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$ . The results of the Moehler et al. investigation and ours thus differ by  $\sim 10\%$  when similar, if not identical, input data are used.

---

these values are in good agreement with that derived by Moehler et al. (1990a) on the basis of the same sample, namely  $1.0 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$ . Thus, the differences in the values of  $D_0$  between the work of Moehler et al. (1990a) and our own originate, in most part, in the different value of  $z_e$  derived in these investigations.

#### 7.4 Bixler et al. (1991)

This recent statistical analysis is based in part on a high galactic latitude ultraviolet survey, covering  $1300 \text{ deg}^2$ , carried out by a balloon-borne telescope. Because of incomplete optical identifications, the sample of 32 sdB stars identified in the colorimetric survey is supplemented by 43 balloon catalog objects identified as sdB stars in the Palomar-Green sample to produce an expanded sample of 75 objects, of which 71 subdwarf stars distributed in 46 fields are ultimately kept. The procedure of Bixler et al. consists in fitting the observed  $N(m_{UV})$  distribution to determine optimal values of the exponential scale height  $z_e$  of the distribution, as well as of the space density  $D_0$ . Their analysis yields  $z_e = 240$  pc, and a corresponding space density of  $3.3 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$ .

There are at least three possible sources for the discrepancy observed between the Bixler et al. results and ours: i) their  $N(m_{UV})$ , rather than  $N(z)$ , fitting procedure; ii) the absolute magnitude adopted for the objects in the sample; and iii) the choice of the statistical sample.

To investigate the first source, we modified our algorithm to apply it to the  $N(m_{UV})$  distribution of the Bixler et al. statistical sample. The number  $N(m_i)$  of objects observable between the ultraviolet magnitudes  $m_{i-1}$  and  $m_{i+1}$  is thus found by evaluating

$$N(m_i) = \sum_{j=1}^n \frac{D_0 \omega_j}{\sin^3 b_j} \int_{z_{m_{i-1}}}^{z_{m_{i+1}}} z^2 \exp(-z/z_e) dz, \quad (14)$$

where the integration limits for a given field  $j$  are given by

$$z(m_i) = \sin b_j \times 10^{\left(\frac{m_i - A_{UV} - \langle M_{UV} \rangle + 5}{5}\right)}. \quad (15)$$

Notice that  $\omega_j$  represents an effective solid angle, defined for each field as the product of the true solid angle with the fraction of objects in the field that have been identified.

Because of the paucity of the information provided, we cannot reproduce exactly the Bixler et al. analysis but make, instead, the three following assumptions: 1. all 46 fields share a unique galactic latitude of  $60^\circ$ ; 2. the limits of equation (15) are evaluated with  $A_{UV} = 0.42$  and  $\langle M_{UV} \rangle = 0.73$ ; and 3. the effective solid angles are adopted as follows: for 22 of the 46 fields, the reported identification rate is an unambiguous 100%; 16 fields have a rate above 50%, which we take here to be 75%; and the last 8 have a rate lower than 50%, taken here to be 25%.

Under this set of assumptions, our best fit to the resulting  $N(m_{UV})$  distribution is obtained for  $z_e = 330$  pc and  $D_0 = 2.0 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$ , a result consistent with that of Bixler et al. (240 pc;  $3.3 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$ ) when the uncertainties about the details of the survey and of the analysis are considered.

The second possible source of difference between the Bixler et al. result and ours is the absolute magnitude used for B subdwarfs. The relevant quantities cannot be compared directly, however, as we use  $M_b$  and Bixler et al. use a unique average ultraviolet absolute magnitude,  $\langle M_{UV} \rangle$ . A first value of  $\langle M_V \rangle$  can be derived for the Bixler et al. sample by using the observed  $y$  magnitude, their assigned  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  values, as well as our own model atmosphere fluxes (at  $\log g = 5.0$ ). Equations (2) and (3) then yield, neglecting the reddening,  $\langle M_V \rangle = 4.2$ . Again, this comparison is not the whole story, as their adopted average absolute magnitude appears to be independent of the atmospheric parameters they derive for their sources. Perhaps a better way to get at the absolute visual magnitude of the sample is to use their adopted  $\langle M_{UV} \rangle = 0.73$  directly to calculate  $\langle M_V \rangle$ . The models of Wesemael et al. (1980) show that, between 20,000 K and 40,000 K, stars at  $\log g = 5.0$  are, on the average, 3.6 mag fainter at  $V$  than at  $2000\text{\AA}$ . Thus  $\langle M_V \rangle = 4.4$ . The Bixler et al. absolute magnitudes, while somewhat fainter than the ones associated with our own analysis (see Table 1), cannot lead to the differences observed between their results and our own.

A third possible consideration, which we find difficult to quantify, is the way the Bixler et al. sample was put together. In retrospect, the idea of combining the optically-identified sources with PG objects located in some of the observed fields is not a bad one, as the ultraviolet survey is likely to be more sensitive to the brightest stars which the PG survey tends to miss; the latter, however, becomes



rapidly complete at somewhat fainter objects. In fields where the identification rate is 100%, the procedure thus appears to be adequate. But in the 24 other fields where an optical identification of all the sources is not available, the sample most likely remains severely incomplete.

### 7.5 Saffer (1991)

In a recent investigation, Saffer (1991) thoroughly analyzes a sample of 92 stars drawn mostly from the PG survey. These stars are a mix of already identified objects with a wide variety of spectral types (*sd*, *sdB*, *sdB-O*, *sdOA*, *DA*, *BHB* and *B*), from which he later identifies a subset of 68 confirmed hydrogen rich subdwarfs. On the basis of an extrapolation of the rate of mis-identification found in this sample to the entire PG survey, he deduces the number of objects that are true members of the *sdB* class.

To proceed to the analysis of the galactic distribution, Saffer assigns a galactic height  $z$  to each of the selected PG star, on the basis of the following relationship, obtained from the 68 objects in his sample

$$\log z = 0.215B_{pg} - 0.295. \quad (17)$$

Note that this relationship generates an error of the order of 50% in  $z$ , since the galactic latitude in the PG survey varies from  $30^\circ$  to  $90^\circ$ .

Saffer first attempts an analysis of the *differential*  $N(z)$  distribution similar to that of Heber and Moehler et al., but quite sensibly abandons it on the basis of its sensitivity to the choice of bins and misclassification correction (this is not unlike the conclusion reached here in §7.3). Instead, he opts for fitting the observed *cumulative*  $N(z < z_i)$  vs  $z_i$  distribution of all the *sdB* stars down to  $B_{pg} = 15.3$  in

the PG survey located at a height smaller than  $z_i$ . Saffer expresses this quantity in the following manner

$$N(< z) = C \int_0^z z^2 \exp(-z/z_e) dz. \quad (18a)$$

The value of the constant  $C$  is obtained by normalizing this expression to the observed value  $N(z < 985 \text{ pc})$ , the latter being the value of  $z$  corresponding to the limiting magnitude of  $B_{pg} = 15.3$ . Thus,

$$C \equiv N(< z_{lim}) / \int_0^{z_{lim}} z^2 \exp(-z/z_e) dz. \quad (18b)$$

His comparison of the observed  $f_{cum}(< z) \equiv N(< z)/N(< z_{lim})$  with theoretical curves generated for several values of  $z_e$  then yields an optimal exponential scale height of  $z_e = 285_{-35}^{+120} \text{ pc}$ .

With all the fields of the PG survey located above  $b = 30^\circ$ , the form of equation (18a) breaks down if  $z \gtrsim z_{lim} \sin 30^\circ \simeq 493 \text{ pc}$ , and the integrated quantity in that expression then overestimates the true number of stars. This is particularly true for the integral of equation (18b), in which  $z_{lim} = 985 \text{ pc}$ , and this will cause the normalization constant  $C$  to be underestimated.

In general, the set of equation (18) should be replaced by the following expression

$$N(< z) = \sum_{j=1}^n \frac{D_0 \omega_j}{\sin^3 b_j} \int_0^{\text{Min}(z, z_{max}(j))} z^2 \exp(-z/z_e) dz, \quad (19)$$

where  $z_{max}(j)$  varies from field to field, and depends on the galactic latitude  $b_j$ .

As outlined above, the use of equations (18) instead of equation (19) yields a value of  $C$ , related to the mid-plane density, which is too low. Because of this, the computed values of the normalized integrated numbers of stars (eq [18a]) are systematically smaller than those observed for all values of  $z$  smaller than  $\sim 500$  pc, and a small scale height ( $z_e \sim 200\text{--}250$  pc), which concentrates the theoretical distribution near the plane of the Galaxy, is required to reproduce the observed cumulative distribution at low  $z$ . However, for larger values of  $z$ , the integral in equation (18a) is overestimated as well, and this tends to cancel out the underestimate of  $C$ ; the technique then calls for a more realistic scale height to match the observed cumulative distribution. Figure 5.10 of Saffer (1991), which shows the observed cumulative  $f_{cum}(< z)$  distribution together with a family of theoretical curves associated with different values of  $z_e$ , shows precisely the kind of behavior anticipated here: scale heights of the order of 250 pc are suggested for  $z \lesssim 600$  pc, while larger values ( $z_e \gtrsim 350$  pc) better match the data for  $z \gtrsim 600$  pc. Because Saffer's scale height determination is more heavily weighted toward his results at low  $z$  values, his optimal value of  $z_e$  is smaller than that found here, although consistent with it within the respective uncertainties.

## 8. CONCLUDING REMARKS

Our redetermination of the space density and scale height of hot, hydrogen-rich subdwarfs has significant implications for our understanding of these stars. Our optimal value of  $D_0$ ,  $3 \pm 1 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$ , essentially independent of the assumed geometrical distribution of stars, is roughly a factor of 5–10 lower than those obtained previously, as summarized in §1. The resulting birthrate, on the basis of an evolutionary timescale on the extended horizontal branch of  $\tau \sim 1.5 \times 10^8 \text{yr}$  is  $\chi_{\text{sdB}} \sim 1\text{--}3 \times 10^{-15} \text{pc}^{-3} \text{yr}^{-1}$ . On the basis of an earlier value of this birthrate based

on a statistical analysis of the Slettebak & Brundage (1971) south galactic pole survey. Heber et al. (1986) had estimated that  $\sim 2\%$  of all white dwarfs originate from (hydrogen-rich) post-EHB stars. In a separate investigation based on a restricted sample isolated by Drilling (1983), Drilling & Schönberner (1985) had suggested that 0.2–3% of all white dwarfs originated from post-EHB stars, with either a hydrogen-rich or a helium-rich atmosphere. A later study (Drilling 1992), based on a slightly expanded sample, permits an improved estimate of  $\sim 0.6\%$ . Our new determination — together with the latest value of the white dwarf birthrate given by Weidemann (1990;  $\chi_{\text{wd}} = 1.5\text{--}2.3 \times 10^{-12} \text{pc}^{-3} \text{yr}^{-1}$ ) — reduces this fraction even more, to  $\sim 0.1\%$ . The issue of how this very low rate of input into the white dwarf stream can be reconciled with the suggestion of Bergeron et al. (1994) that the low-mass DAO white dwarfs, with their estimated birthrate of  $\chi_{\text{DAO}} = 2.5 \times 10^{-14} \text{pc}^{-3} \text{yr}^{-1}$ , are the progeny of post-EHB evolution, needs to be carefully looked at.

Equally interesting, in our view, is the fact that the derived scale height of hydrogen-rich subdwarfs appears up to a factor  $\sim 2$  larger than those estimated in earlier investigations. The value we determine, within the exponential model, is  $z_e = 450 \pm 150 \text{ pc}$ . This result suggests that the hydrogen-rich hot subdwarfs may not represent as homogeneous a population sample as previously thought on the basis of earlier determinations of  $z_e$ , which suggested that they belonged to an old-disk population (e.g., Theissen et al. 1993 for the latest word on this topic). The idea of an admixture of populations is not new; in fact, it can already be found in Baschek & Norris (1975), who stated that “while some subdwarf stars are halo objects, a significant proportion of this class belongs to a population having less extreme kinematics”. It might, however, be more appropriate, today, to look at this result within the more refined picture of galactic structure proposed by Gilmore

& Reid (1983), who suggest the presence, in addition to the traditional halo and disk components, of a thick disk, characterized by a scale height  $z_e \sim 1350$  pc and accounting for  $\sim 2\%$  of the stars in the solar neighborhood. More recent efforts (e.g., von Hippel & Bothun 1993) give  $z_e \sim 900$  pc for this new component. While the lower limit to our estimate of  $z_e$  ( $\sim 300$  pc) is clearly consistent with a population of old thin-disk stars, our optimal value  $z_e \sim 450$  pc is more suggestive of a small admixture of objects characterized by a larger scale height. We note that a similar, albeit more extreme, situation seems to emerge from a detailed analysis of a sample of 21 sdO stars by Thejll et al. (1994), who find their objects to be characterized by rather large distances above the plane ( $\langle z \rangle = 0.94$  kpc). On the basis of an earlier, smaller sample, Thejll et al. (1992) had determined a value of the scale height of sdO stars between 460 and 1150 pc. While the similarities between the hydrogen-rich and sdO samples should not be overstated, it remains significant that recent results suggest that the properties of both classes now seem to be in conflict with those of a pure, old-disk population group.

We are grateful to the Kitt Peak National Observatory for its long-term support of the observational program which served as the basis for this investigation, and to F. Allard, P. Bergeron, and R. Lamontagne who all contributed in an essential way to this project. This work was supported in part by the NSERC Canada and by the Fund FCAR (Québec). One of us (BV) benefited from the status of Chercheur collégial, granted by the Fund FCAR, while this work was being carried out.

TABLE 1

MEAN  $M_V$  AND STANDARD DEVIATION

Sequence	Transformation	$M_V$	$\sigma_{M_V}$
14.5C	Schulz	3.53	0.37
14.5GS	Schulz	3.70	0.52
14.5R <sub>1</sub>	Schulz	3.48	0.73
14.5R <sub>2</sub>	Schulz	3.54	0.73
14.5C	Olson	3.37	0.38
14.5GS	Olson	3.93	0.51
14.5R <sub>1</sub>	Olson	3.32	0.74
14.5R <sub>2</sub>	Olson	3.38	0.73

TABLE 2

 $V/V_m$  TEST OF A UNIFORM DISTRIBUTION

$b_{lim}$	$N_{star}$	$\langle V/V_m \rangle$	$\sigma^a$	$\langle z \rangle$ (pc)
13.0	32	0.55	0.05	480
13.5	72	0.53	0.03	570
14.0	113	0.44	0.03	655
14.5	182	0.42	0.02	780
15.0	209	0.27	0.02	830

<sup>a</sup> Defined as  $\sigma = (12N_{star})^{-\frac{1}{2}}$ , as in Green (1980)

TABLE 3

 $V'/V'_m$  TEST WITHIN EXPONENTIAL MODEL

GS SEQUENCE, SCHULZ TRANSFORMATION

PGS SAMPLE

$b_{lim}$	$z_e(\text{pc})$	$\langle V'/V'_m \rangle$	$D_0(\text{pc}^{-3})$
13.0	$\geq 3000$	0.56	$0.9 \times 10^{-7}$
13.5	$\geq 3000$	0.53	$1.1 \times 10^{-7}$
14.0	900	0.50	$1.4 \times 10^{-7}$
14.5	800	0.50	$1.6 \times 10^{-7}$
15.0	400	0.50	$3.1 \times 10^{-7}$
14.0	250	0.67	$6.6 \times 10^{-7}$
14.5	250	0.68	$8.7 \times 10^{-7}$



TABLE 4

RESULTS OF TWO-DIMENSIONAL FITS  
WITHIN EXPONENTIAL MODEL  
PGS SAMPLE

Sequence	Transformation	$z_e$ (pc)	$D_0$ ( $\text{pc}^{-3}$ )
14.5C	Schulz	$> 750^a$	$0.8 \times 10^{-7}$
14.5GS	Schulz	700	$1.5 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>1</sub>	Schulz	600	$1.5 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>2</sub>	Schulz	700	$1.3 \times 10^{-7}$
14.5GS	Olson	400	$3.3 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>2</sub>	Olson	1000	$0.9 \times 10^{-7}$
13.0GS	Schulz	$> 300^a$	$0.9 \times 10^{-7}$
13.5GS	Schulz	$> 800^a$	$0.9 \times 10^{-7}$
14.0GS	Schulz	$> 550^a$	$1.1 \times 10^{-7}$

<sup>a</sup> At the 90% confidence level

TABLE 5

$V'/V'_m$  TEST WITHIN ISOTHERMAL MODEL  
*GS* SEQUENCE, SCHULZ TRANSFORMATION  
 PGS SAMPLE

$b_{lim}$	$z_0(\text{pc})$	$\langle V'/V'_m \rangle$	$D_0(\text{pc}^{-3})$
13.0	$\geq 2500$	0.56	$0.8 \times 10^{-7}$
13.5	$\geq 2500$	0.53	$0.9 \times 10^{-7}$
14.0	1000	0.50	$1.1 \times 10^{-7}$
14.5	1000	0.50	$1.1 \times 10^{-7}$
15.0	650	0.50	$1.6 \times 10^{-7}$

TABLE 6

RESULTS OF TWO-DIMENSIONAL FITS  
 WITHIN ISOTHERMAL SHEET MODEL  
 PGS SAMPLE

Sequence	Transformation	$z_0$ (pc)	$D_0$ (pc <sup>-3</sup> )
14.5C	Schulz	> 1000 <sup>a</sup>	$0.6 \times 10^{-7}$
14.5GS	Schulz	900	$1.0 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>1</sub>	Schulz	750	$1.0 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>2</sub>	Schulz	800	$1.0 \times 10^{-7}$
14.5GS	Olson	650	$1.6 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>2</sub>	Olson	1250	$0.6 \times 10^{-7}$
13.0GS	Schulz	> 400 <sup>a</sup>	$0.7 \times 10^{-7}$
13.5GS	Schulz	> 800 <sup>a</sup>	$0.9 \times 10^{-7}$
14.0GS	Schulz	> 700 <sup>a</sup>	$0.9 \times 10^{-7}$

<sup>a</sup> At the 90% confidence level

TABLE 7

 $V'/V'_m$  TEST WITHIN EXPONENTIAL MODEL

GS SEQUENCE, SCHULZ TRANSFORMATION

AUGMENTED SAMPLES

$b_{lim}$	$z_e(\text{pc})$	$\langle V'/V'_m \rangle$	$D_0(\text{pc}^{-3})$
PGS+11 SAMPLE			
13.0	$\geq 2500$	0.51	$1.3 \times 10^{-7}$
13.5	$\geq 2000$	0.51	$1.4 \times 10^{-7}$
14.0	600	0.50	$2.2 \times 10^{-7}$
14.5	600	0.51	$2.2 \times 10^{-7}$
14.0	250	0.63	$7.3 \times 10^{-7}$
14.5	250	0.66	$9.3 \times 10^{-7}$
PGS+20 SAMPLE			
13.0	275	0.50	$4.9 \times 10^{-7}$
13.5	500	0.50	$3.0 \times 10^{-7}$
14.0	425	0.50	$3.3 \times 10^{-7}$
14.5	500	0.50	$2.9 \times 10^{-7}$
14.0	250	0.58	$7.8 \times 10^{-7}$
14.5	250	0.63	$9.7 \times 10^{-7}$

TABLE 8

RESULTS OF TWO-DIMENSIONAL FITS  
 WITHIN EXPONENTIAL MODEL  
 PGS+20 SAMPLE

Sequence	Transformation	$z_e$ (pc)	$D_0$ ( $\text{pc}^{-3}$ )
14.5C	Schulz	850	$1.3 \times 10^{-7}$
14.5GS	Schulz	500	$2.5 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>1</sub>	Schulz	400	$2.9 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>2</sub>	Schulz	400	$3.1 \times 10^{-7}$
14.5GS	Olson	350	$4.5 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>2</sub>	Olson	550	$1.9 \times 10^{-7}$
13.0GS	Schulz	250	$5.1 \times 10^{-7}$
13.5GS	Schulz	$> 300^a$	$2.1 \times 10^{-7}$
14.0GS	Schulz	500	$2.5 \times 10^{-7}$

<sup>a</sup> At the 90% confidence level

TABLE 9

RESULTS OF TWO-DIMENSIONAL FITS  
 WITHIN ISOTHERMAL SHEET MODEL  
 PGS+20 SAMPLE

Sequence	Transformation	$z_0$ (pc)	$D_0$ (pc <sup>-3</sup> )
14.5C	Schulz	1150	$0.8 \times 10^{-7}$
14.5GS	Schulz	750	$1.4 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>1</sub>	Schulz	600	$1.6 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>2</sub>	Schulz	600	$1.8 \times 10^{-7}$
14.5GS	Olson	550	$2.4 \times 10^{-7}$
14.5R <sub>2</sub>	Olson	850	$1.0 \times 10^{-7}$
13.0GS	Schulz	350	$3.2 \times 10^{-7}$
13.5GS	Schulz	> 400 <sup>a</sup>	$1.4 \times 10^{-7}$
14.0GS	Schulz	700	$1.4 \times 10^{-7}$

<sup>a</sup> At the 90% confidence level

TABLE 10

CALCULATED ( $z_{lr}$ ) vs. APPROXIMATED ( $z_a$ ) VALUES  
OF EXPONENTIAL SCALE HEIGHT

Sample	$z_{lr}$ (pc)	$z_a$ (pc)	$z_h$ (pc)
Heber 1986.1	184	182	900
Heber 1986.2	222	210	1100
Moehler et al. (1990a)	250	210	1100
13.0GS	176	195	1000
13.5GS	230	210	1100
14.0GS	260	235	1300
14.5GS	285	280	1700
15.0GS	305	305	1900

## REFERENCES

- Allard, F., 1986 M.Sc. thesis, Université de Montréal
- Allard, F., Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., & Lamontagne, R. 1994, *AJ*, 107, 1565
- . 1995, in preparation
- Bahcall, J.N. 1984a, *ApJ*, 276, 169
- . 1984b, *ApJ*, 287, 926
- Bahcall, J.N. & Soneira R.M. 1980, *ApJS*, 44, 73
- Barnaby, D. & Thronson, H.A. 1992, *AJ*, 103, 41
- Baschek, B. & Norris J. 1970, *ApJS*, 19, 327
- . 1975, *ApJ*, 199, 694
- Baschek, B. Sargent, W.L., & Searle L. 1972, *ApJ*, 173, 611
- Beers. T.C., Preston, G.W., Sheckman, S.A., Doinidis, S.P., & Griffin, K.E. 1992, *AJ*, 103, 267
- Bergeron, P., Fontaine, G., Lacombe, P., Wesemael, F., Crawford, D.L. & Jakobsen, A.M. 1984, *AJ*, 89, 374
- Bergeron, P., Saffer, R.A., & Liebert, J. 1992, *ApJ*, 394, 228
- Bergeron, P., Wesemael, F., Beauchamp, A., Wood, M.A., Lamontagne, R., Fontaine, G., & Liebert, J. 1994, *ApJ*, 432, 305
- Binney, J. & Tremaine, S. 1987, *Galactic Dynamics* (Princeton: Princeton University Press)
- Bixler, J.V., Bowyer, S., and Laget, M. 1991, *A&A*, 250, 370



- Caloi, V. 1989, *A&A*, 155, 33
- Colin, J., de Boer, K.S., Dauphole, B., Ducourant, C., Dulou, M.R., Geffert, M., Le  
Campion, J.-F., Moehler, S., Odenkirchen, M., Schmidt, J.H.K., & Theissen,  
A. 1994, *A&A*, 287, 38
- Downes, R.A. 1986, *ApJS*, 61, 569
- Drilling, J.S. 1983, *ApJ*, 270, L13
- Drilling, J.S. 1992, in *The Atmospheres of Early-Type Stars*, eds. U. Heber & C.S.  
Jeffery (Berlin: Springer), p. 257
- Drilling, J.S. & Schönberner, D. 1985, *A&A*, 146, L23
- Fleming, T.A., Liebert, J., & Green, R.F. 1986, *ApJ*, 308, 176
- Freeman, K.C. 1970, *ApJ*, 160, 811
- . 1978, in *IAU Symposium 77, Structure and Properties of Nearby Galaxies*,  
eds E.M. Berkhuysen and R. Wielebinsky (Dordrecht: Reidel), p. 3
- Fuchs, B. & Wielen, R. 1987, in *The Galaxy*, eds. G. Gilmore & B. Carswell.  
(Dordrecht: Reidel), p. 375
- Gilmore, G. & Reid, N. 1983, *MNRAS*, 202, 1025
- Green, R.F. 1980, *ApJ*, 238, 685
- Green, R.F. & Liebert, J. 1987, in *IAU Colloquium 95, The Second Conference on  
Faint Blue Stars*, eds A.G.D. Philip, J. Liebert, & D.S. Hayes (Schenectady:  
Davis), p. 261
- Green, R.F., Schmidt, M. & Liebert, J. 1986, *ApJS*, 61, 305
- Greenstein, J.L. & Sargent, A.I. 1974, *ApJS*, 28, 157

- Heber, U. 1986, *A&A*, 155, 33
- . 1987, in *IAU Colloquium 95, The Second Conference on Faint Blue Stars*, eds A.G.D. Philip, J. Liebert, & D.S. Hayes (Schenectady: Davis), p. 79
- . 1991. in *IAU Symposium 145, Evolution of Stars: The Photospheric Abundance Connection*, eds. G. Michaud & A. Tutukov (Dordrecht: Kluwer), p. 363
- Heber, U., Hunger, K., Jonas, G. & Kudritzki, R.P. 1984, *A&A*, 130, 119
- Kilkenny, D., Heber, U., & Drilling, J.S. 1988, *S.A.A.O. Circular no.* 12
- Liebert, J., Saffer, R.A., & Green, E.M. 1994, *AJ*, 107, 1408
- Mihalas, D. & Binney, J. 1981, *Galactic Astronomy*, W.H. Freeman & Company, USA.
- Moehler, S., Heber, U. & de Boer, K.S. 1990a, *A&A*, 239, 265
- Moehler, S., Richtler, T., de Boer, K.S., Dettmar, R.J., & Heber, U. 1990b, *A&AS*. 86, 53
- Newell, E.B. 1973, *ApJS*, 26, 37
- Olson, E.C. 1974, *PASP*, 86, 80
- Reid, N., Wegner, G., Wickramasinghe, D.T., and Bessell, M.S. 1988, *AJ*, 96, 275
- Saffer, R.A. 1991, Ph.D thesis, University of Arizona
- Saffer, R.A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, *ApJ*, 432, 351
- Schulz, H. 1978, *A&A*, 68, 75
- Schmidt, M. 1968, *ApJ*, 151, 393
- . 1975, *ApJ*, 202, 22

- Slettebak, A. & Brundage, R.K. 1971, *AJ*, 76, 338
- Strömgren, B. 1966, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, 4, 433
- Theissen, A., Moehler, S., Heber, U., & de Boer, K.S. 1993, *A&A*, 273, 524
- Thejll, P., Bauer, F., Saffer, R., Kunze, D., Shipman, H., & Liebert, J. 1992, in  
The Atmospheres of Early-Type Stars, eds. U. Heber & C.S. Jeffery (Berlin:  
Springer), p. 261
- . 1994, *ApJ*, in press
- van der Kruit, P.C. 1986, *A&A*, 157, 230
- . 1988, *A&A*, 192, 117
- van der Kruit, P.C. & Searle, L. 1981, *A&A*, 95, 105
- von Hippel, T. & Bothun, G.D. 1993, *ApJ*, 407, 115
- Villeneuve, B., Wesemael, F., Fontaine, G., Carignan, C., & Green, R.F. 1992,  
*JRASC*, 86, 291
- Wainscoat, R.J., Freeman, K.C. & Hyland, A.R. 1989, *ApJ*, 337, 163
- Weidemann, V. 1990, in *Baryonic Dark Matter*, eds. D. Lynden-Bell & G. Gilmore  
(Dordrecht: Kluwer), p. 87
- Wesemael, F., Auer, L.H., Van Horn, H.M. & Savedoff, M.P. 1980, *ApJS*, 43, 159
- Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., Lamontagne, R., & Green, R.F. 1992, *AJ*.  
104. 203 (Paper I)

## FIGURE CAPTIONS

Fig. 1 — Photometric properties of our pared-down sample of 209 objects brighter than  $b = 15.0$ . a) Strömrgren  $b$  magnitude as a function of photographic  $B$  magnitude of Green et al. (1986). The cutoff near  $B_{pg} \sim 14.6$  is the limiting magnitude adopted for inclusion in the photoelectric study of Paper I. Note that PG stars already in the sample of Bergeron et al. (1984) had been observed photoelectrically irrespective of their photographic magnitude. The object at  $B_{pg} = 15.92$  is PG 2337+070, whose photographic  $B$  magnitude is erroneous in the PG catalog (see §2.2); b)  $(u - b)$  vs.  $(b - y)$  diagram. The solid line represents the arbitrary boundary to the right of which  $T_{(u-b)}$  rather than  $T_{Q'}$  is used to determine  $T_{\text{eff}}$  (see §3.1). c)  $c_1$  vs.  $(b - y)$  diagram; d)  $m_1$  vs.  $(b - y)$  diagram.

Fig. 2 — Cumulative surface density of hot, hydrogen-rich subdwarfs as a function of apparent magnitude. a) As a function of  $B_{pg}$  for our sample of 209 objects (PGS) and for that of Green et al. For this figure, the erroneous  $B_{pg}$  value of PG 1033+201, given by Green et al. as  $B_{pg} = -1.16$ , has been replaced by its broad-band value,  $B = 15.45$ ; b) As a function of photoelectric  $b$  magnitude. We show here our initial sample of 209 objects (labeled PGS), the sample augmented with the additional 11 objects found in Kilkenny et al., labeled PGS+11, and the sample augmented with 20 objects to which were assigned average values of colors and galactic latitude (see text), labeled PGS+20.

Fig. 3 — Linear regression between  $T_{(u-b)}$  and  $T_{Q'}$  for the 157 objects with  $b \leq 15.0$  which figure to the left of the arbitrary boundary indicated in Fig. 1b (see text). a) For the calibration of  $T_{Q'}$  based on the work of Schulz

(1978); b) For the calibration based on the work of Olson (1974).

Fig. 4 — Observed (histogram) and best-fit (solid line)  $N(z)$  distribution in the exponential model for the  $b_{lim} = 14.5$  PGS subsample. Temperatures are obtained from  $Q'$  or  $(u-b)$  (see text), on the basis of the Schulz calibration. a) The so-called  $C$  sequence, where surface gravities are taken to be a constant,  $\log g = 5.25$ ; b) The  $GS$  sequence, where surface gravities are assigned on the basis of  $\log g\theta^4 = 2.3$ ; This is our reference sequence. c) The  $R_1$  sequence, where surface gravities are assigned randomly (see text); d) The  $R_2$  sequence, where surface gravities are assigned randomly (see text).

Fig. 5 — Contours of equal confidence level associated with the fit to the  $N(z)$  distribution of the  $b_{lim} = 14.5$  PGS subsample with an exponential distribution (Fig. 4). The contours shown are for 68.3%, 90%, 95.4%, 99%, 99.73%, and 99.99% confidence levels. The cross indicates the set of  $D_0$  and  $z_e$  associated with the minimal deviation. These values are given in Table 3. When the 90% confidence contour remains open, only a lower limit based upon that contour is given there. Temperatures are obtained from  $Q'$  or  $(u-b)$  (see text), on the basis of the Schulz calibration. a) The so-called  $C$  sequence, where surface gravities are taken to be a constant,  $\log g = 5.25$ ; b) The  $GS$  sequence, where surface gravities are assigned on the basis of  $\log g\theta^4 = 2.3$ . This is our reference sequence; c) The  $R_1$  sequence, where surface gravities are assigned randomly (see text); d) The  $R_2$  sequence, where surface gravities are assigned randomly (see text).

Fig. 6 — Observed (histogram) and best-fit (solid line)  $N(z)$  distribution in the

exponential model for the  $b_{lim} = 14.5$  PGS subsample. a) The  $GS$  sequence, with the Schulz calibration (this panel is identical to Fig. 4b); b) the  $GS$  sequence, with the Olson calibration; c) the  $R_2$  sequence, with the Schulz calibration (this panel is identical to Fig. 4d); d) the  $R_2$  sequence, with the Olson calibration.

Fig. 7 — Observed (histogram) and best-fit (solid line)  $N(z)$  distribution in the exponential model. Temperatures are obtained from  $Q'$  or  $(u - b)$  (see text), on the basis of the Schulz calibration. This is the so-called  $GS$  sequence (see text); a) The  $b_{lim} = 13.0$  PGS subsample; b) The  $b_{lim} = 13.5$  PGS subsample; c) The  $b_{lim} = 14.0$  PGS subsample; d) The  $b_{lim} = 14.5$  PGS subsample. This panel is identical to Fig. 4b.

Fig. 8 — Contours of equal probability associated with the fit to the  $N(z)$  distribution with an exponential model (Fig. 7). The contours shown are for 68.3%, 90%, 95.4%, 99%, 99.73%, and 99.99% confidence levels. The cross indicates the set of  $D_0$  and  $z_e$  associated with the minimal deviation. These values are given in Table 3. When the 90% confidence contour remains open, only a lower limit based upon that contour is given there. Temperatures are obtained from  $Q'$  or  $(u - b)$  (see text), on the basis of the Schulz calibration. This is the  $GS$  sequence, where surface gravities are assigned on the basis of  $\log g\theta^4 = 2.3$ . a) The  $b_{lim} = 13.0$  PGS subsample; b) The  $b_{lim} = 13.5$  PGS sample; c) The  $b_{lim} = 14.0$  sample; d) The  $b_{lim} = 14.5$  PGS sample. This panel is identical to Fig. 5b.

Fig. 9 — Observed (histogram) and best-fit (solid line)  $N(z)$  distribution in the isothermal model for the  $b_{lim} = 13.0$  PGS subsample. Temperatures are

obtained from  $Q'$  or  $(u-b)$  (see text), on the basis of the Schulz calibration. This is the so-called *GS* sequence (see text). a) The  $b_{lim} = 13.0$  PGS subsample; b) The  $b_{lim} = 13.5$  PGS subsample; c) The  $b_{lim} = 14.0$  PGS subsample; d) The  $b_{lim} = 14.5$  PGS subsample.

Fig. 10 — Summary of the variation of the characteristic scale height of an exponential distribution as a function of the limiting magnitude,  $b_{lim}$ , of the subsample. Temperatures are obtained from  $Q'$  or  $(u-b)$  (see text), on the basis of the Schulz calibration. This is the so-called *GS* sequence, where surface gravities are assigned on the basis of  $\log g\theta^4 = 2.3$ . Arrows indicate that the 90% confidence contour is not closed for  $z_e < 4000$  pc, even though lesser-confidence contours might be closed in that window. From top to bottom, a) the PGS subsample; b) the PGS+11 subsample; c) the PGS+20 subsample.

Fig. 11 — Same as Fig. 10, but for an isothermal-disk distribution.

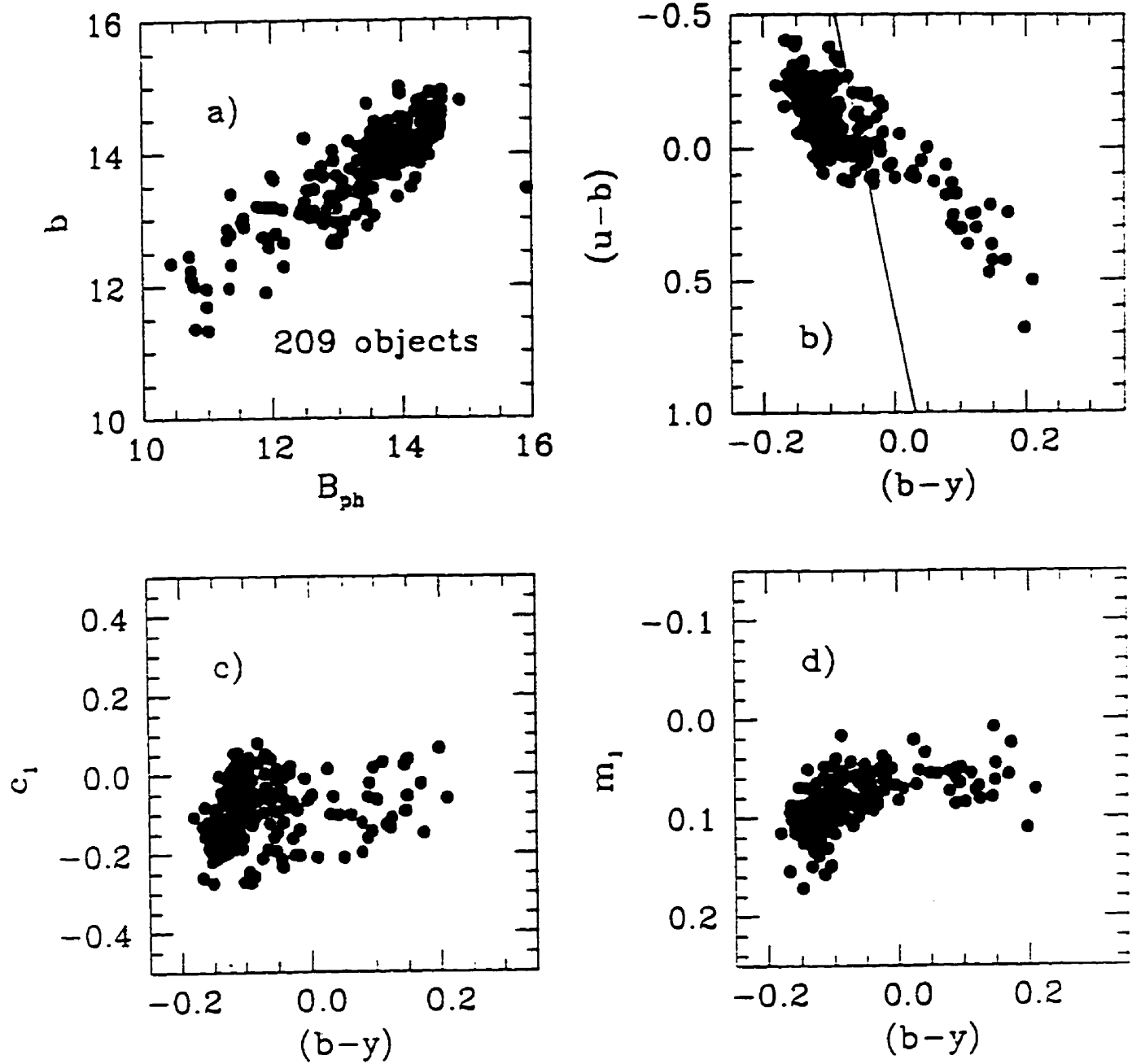


Figure 1



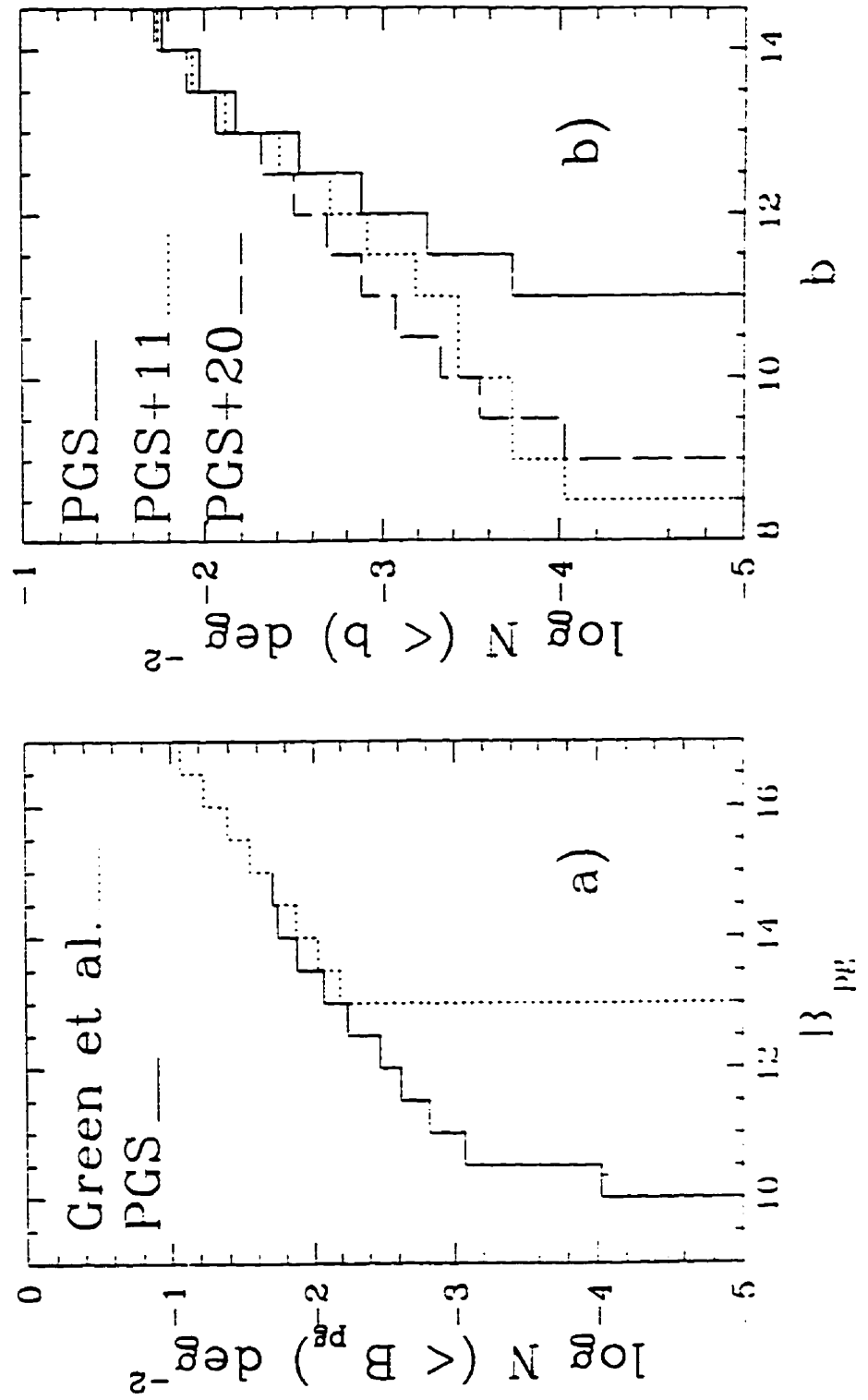


Figure 2

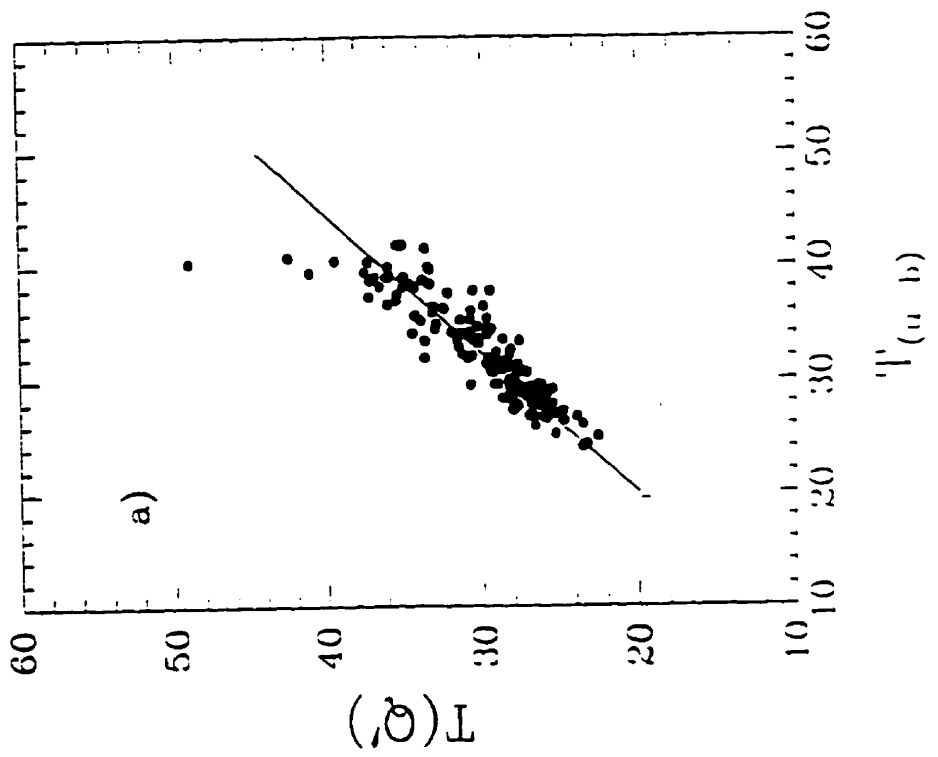
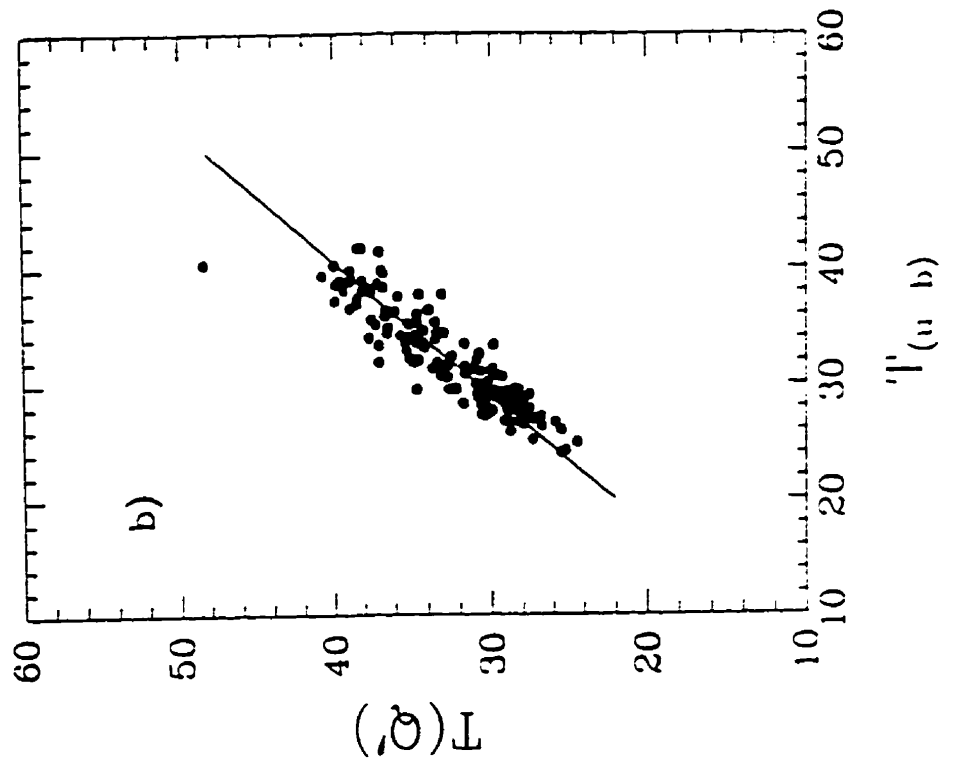


Figure 3

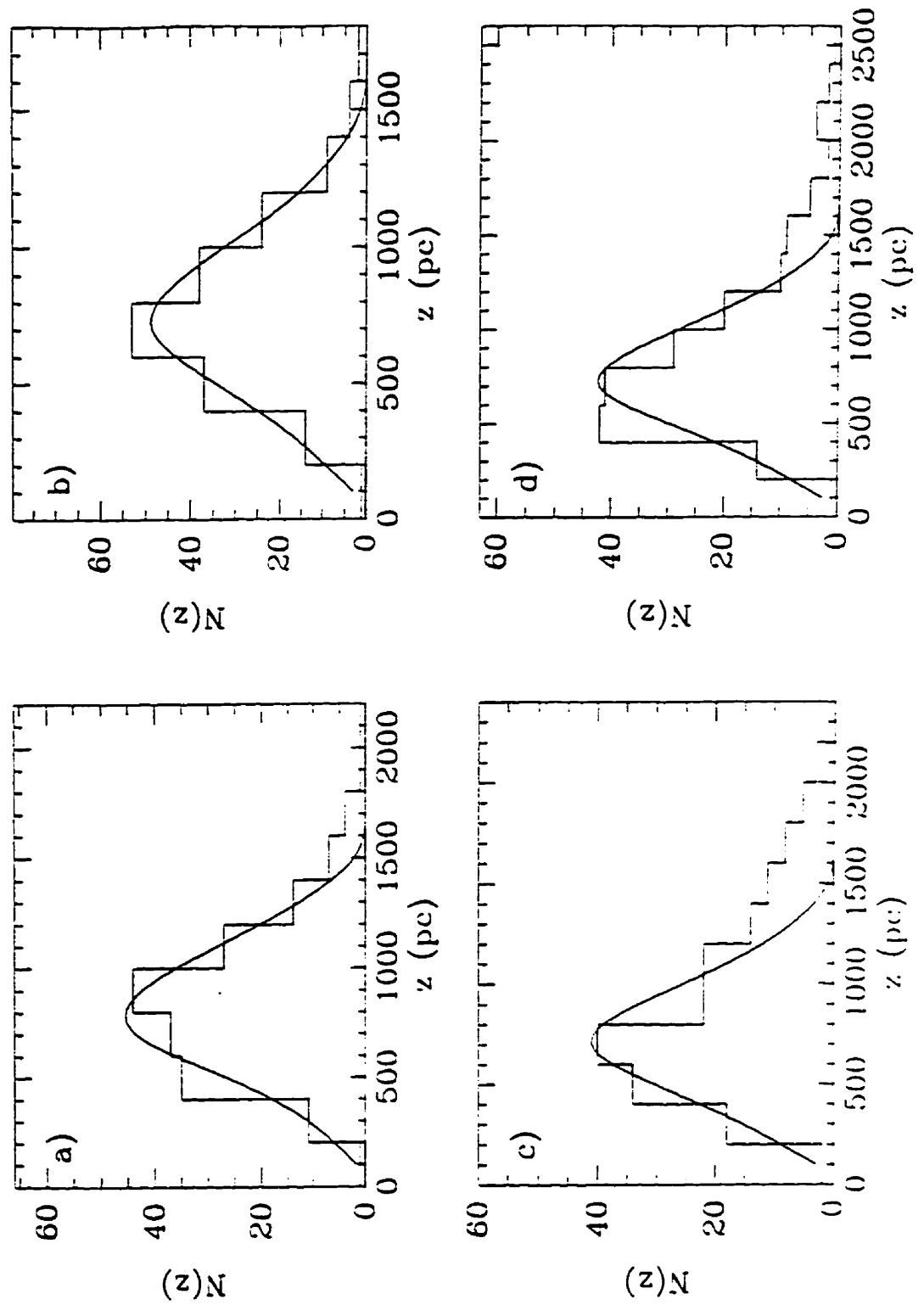


Figure 4

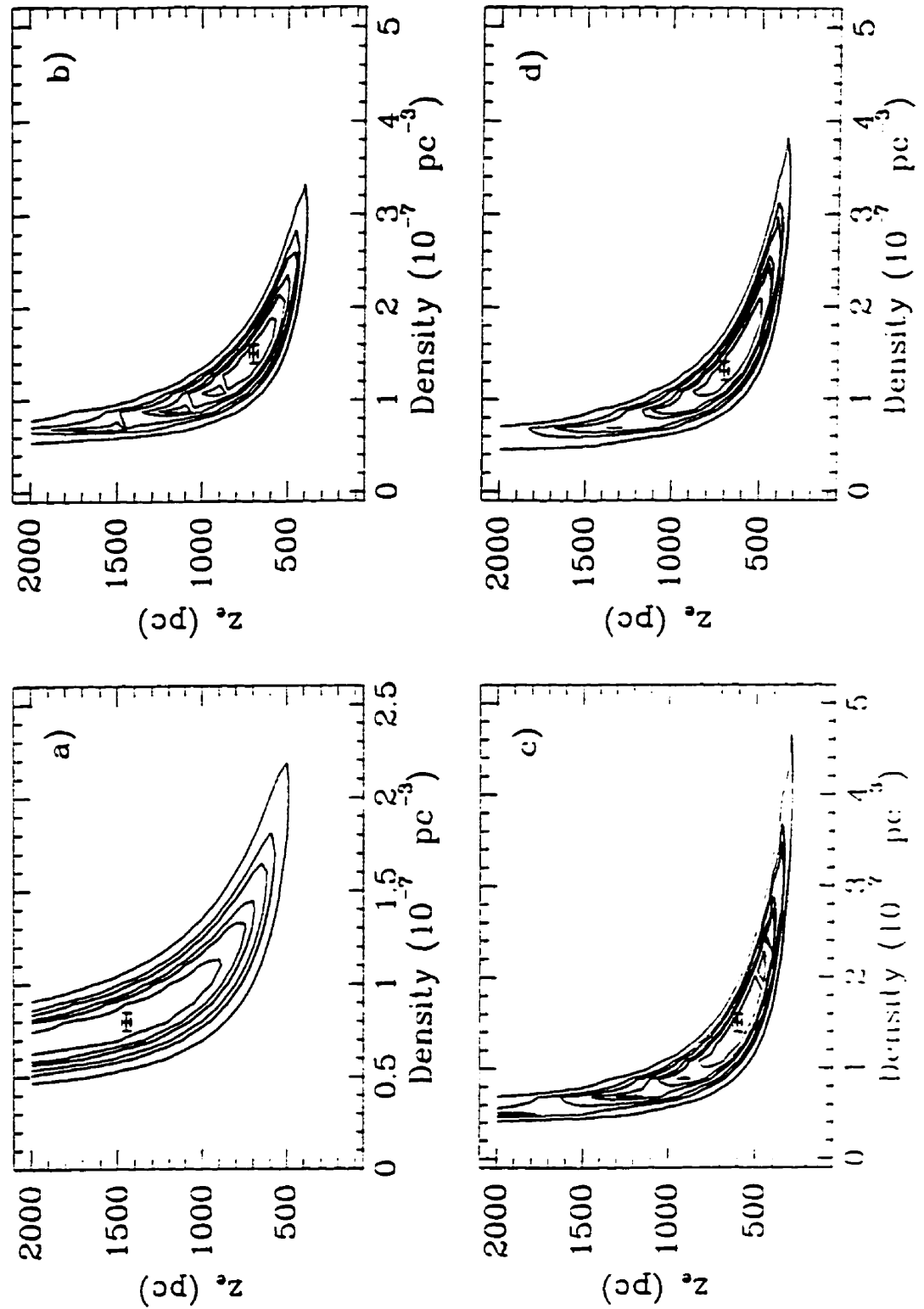


Figure 5

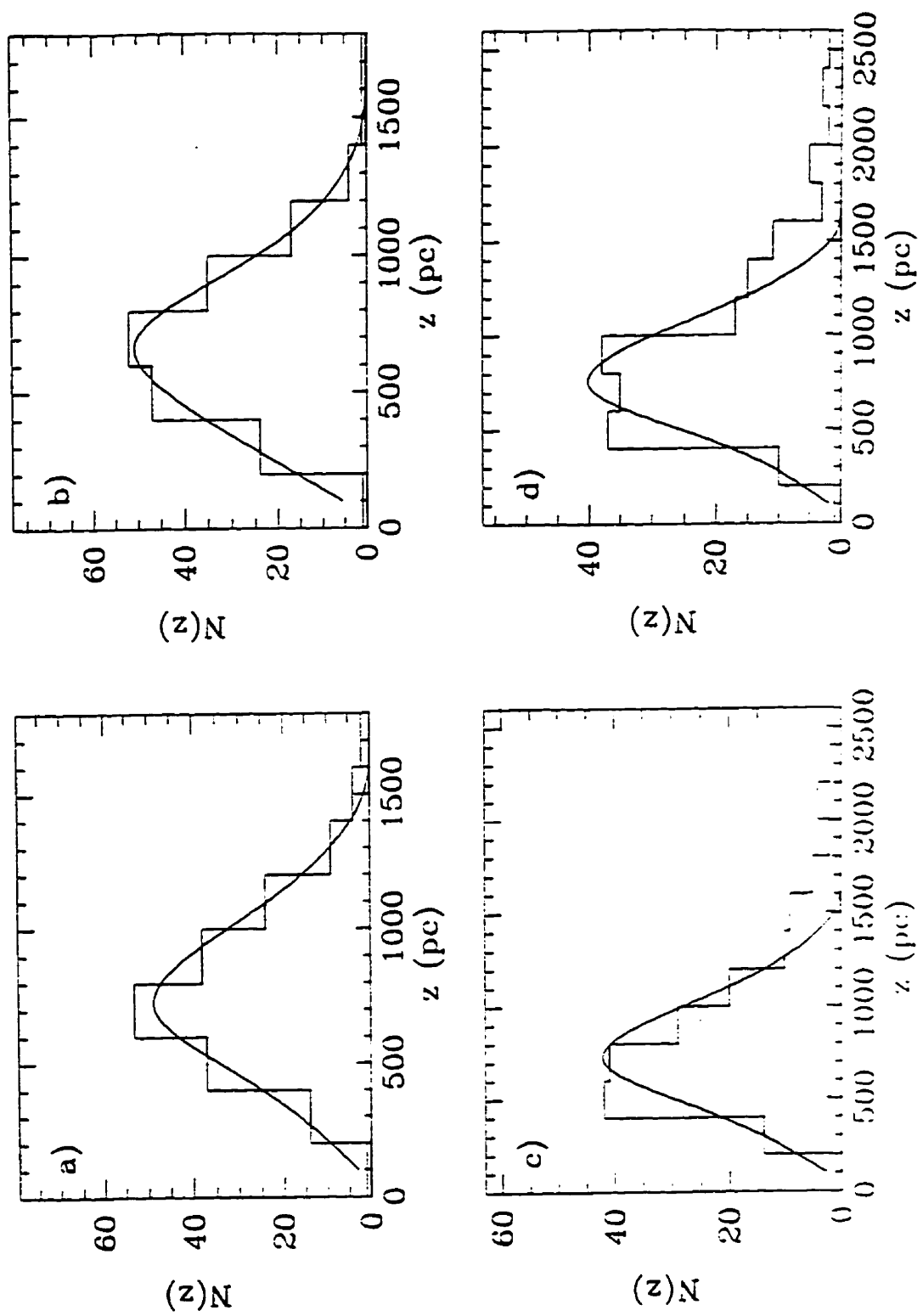


Figure 6

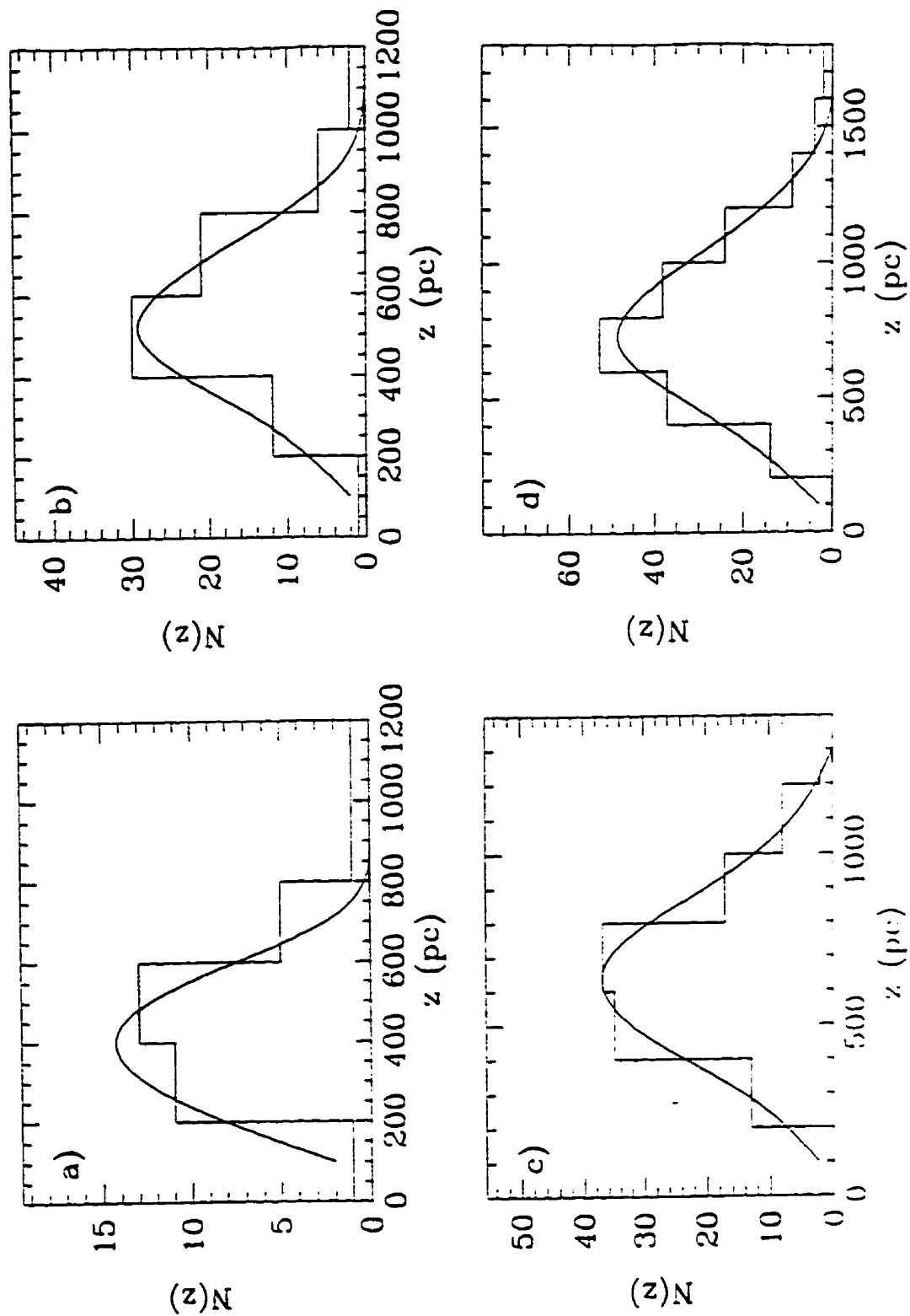


Figure 7

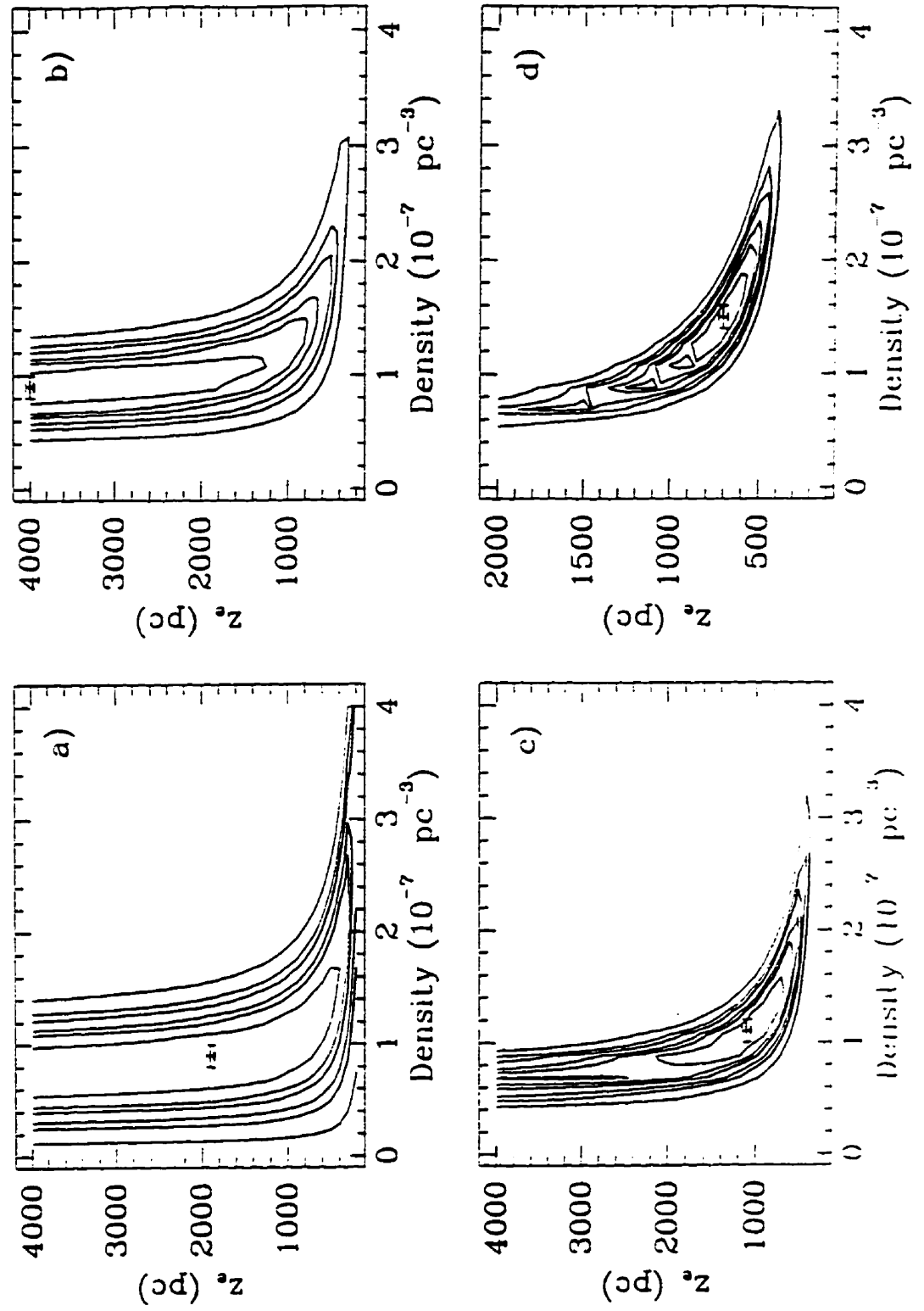


Figure 8

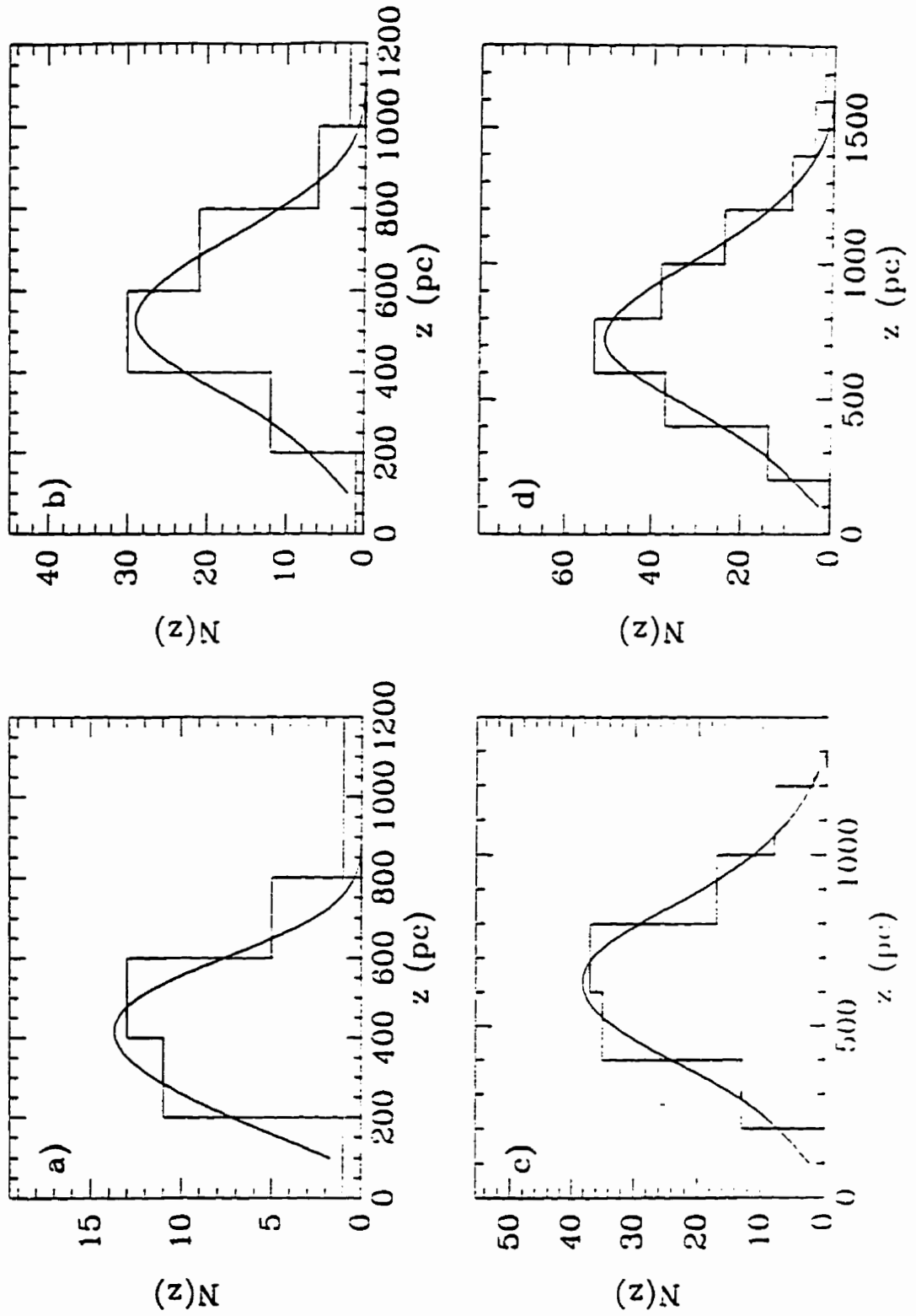


Figure 9



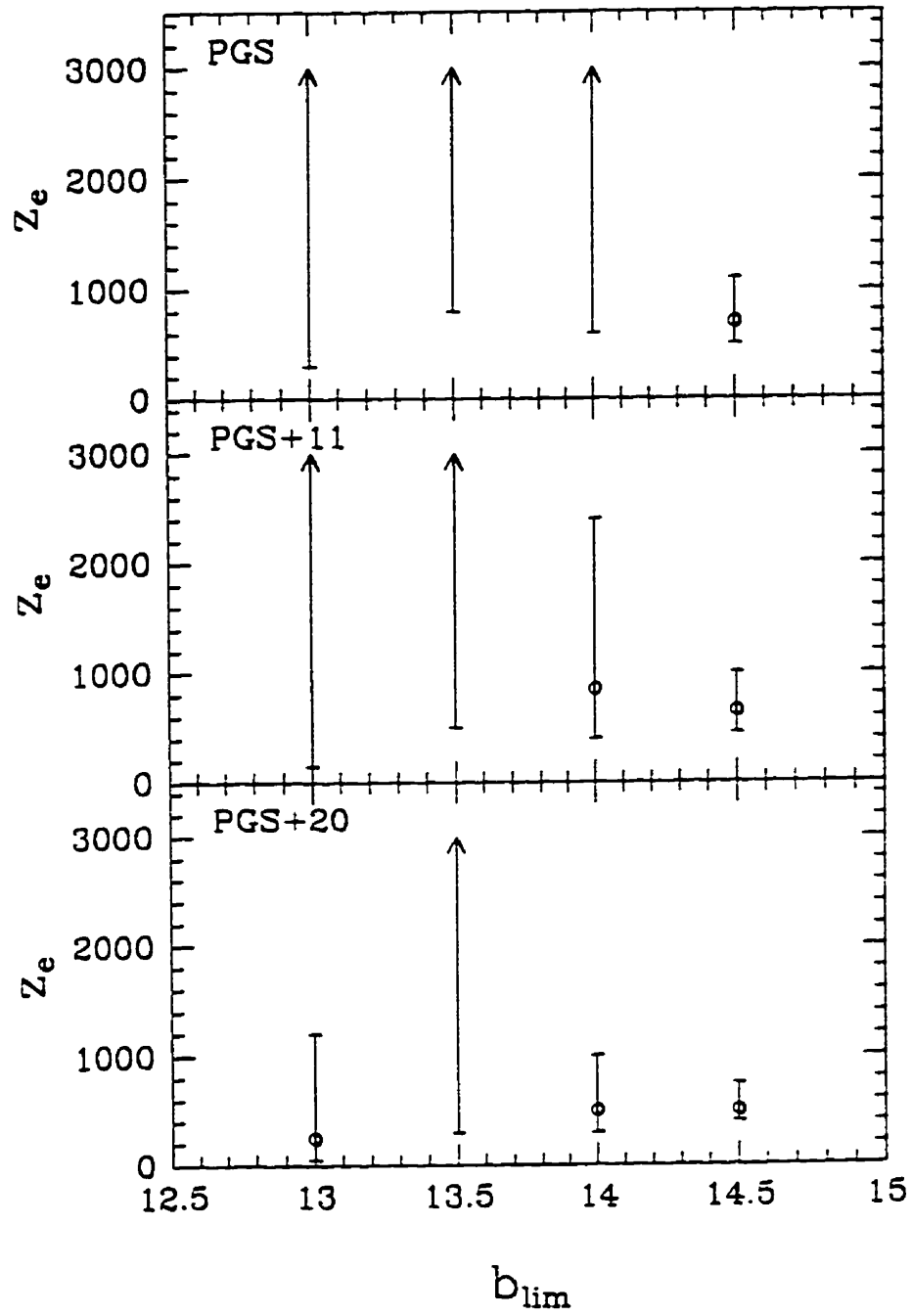


Figure 10

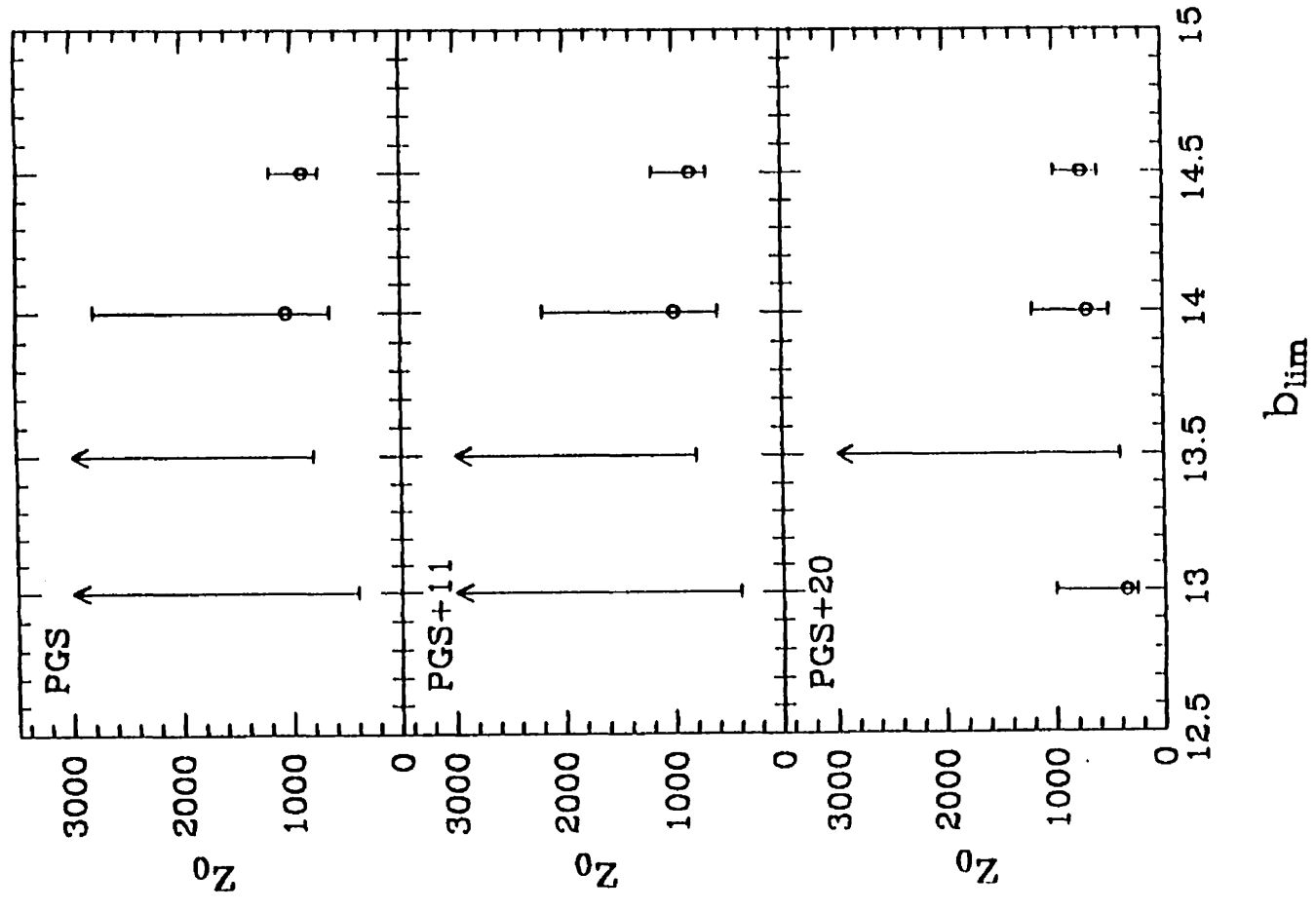


Figure 11

## CHAPITRE 2

### STUDIES OF HOT B SUBDWARFS. XI. A REDETERMINATION OF THE DENSITY OF HOT, HYDROGEN-RICH SUBDWARFS IN THE GALACTIC PLANE<sup>1</sup>

B. Villeneuve<sup>2</sup>, F. Wesemael, and G. Fontaine

Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ.  
Centre-Ville, Montréal, Québec, Canada H3C 3J7

villeneu, wesemael, fontaine@astro.umontreal.ca

*Received 1994 december 16      accepted 1995 March 21*

*The Astrophysical Journal, 450, 851-861 1995 September 10*

#### ABSTRACT

We have reanalysed the statistical properties of the sample of hydrogen-rich hot subdwarfs identified in the Kitt Peak Downes survey in order to derive an improved value of the density  $D_0$  of these stars in the plane of the Galaxy. Our analysis is based on photoelectric Stromgren photometry for 22 of these stars, all brighter than  $V = 15.0$ . The value of the average absolute magnitude of the KPD objects we redetermine is at least one order of magnitude brighter than that derived in the initial investigation. Three methods are then considered to derive  $D_0$ , under the

<sup>1</sup> Based on observations obtained at the Kitt Peak National Observatory, National Optical Astronomy which is operated by the Association of Universities for Research in Astronomy under contract with the National Science Foundation.

<sup>2</sup> Permanent address: Collège André Grasset, 1001 Crémazie est, Montréal, Québec, Canada H2M 1M3

assumption of an exponential distribution of stars in the direction perpendicular to the Galactic plane: fits to the number of stars as a function of vertical distance above the plane and as a function of apparent brightness, as well as the  $V'/V'_m$  test. We find that the distribution of hot, hydrogen-rich subdwarf stars can be satisfactorily reproduced with a mid-plane space density  $D_0 = 4.1 \pm 1.5 \times 10^{-7} \text{ pc}^{-3}$ , a factor of  $\sim 5$  lower than initial estimates, but in agreement with the recent determination of Villeneuve et al. based on the Palomar-Green sample at high galactic latitudes.

Subject headings: Galaxy: structure - stars: early-type - stars: statistics -  
stars: subdwarfs

## 1. INTRODUCTION

Villeneuve et al. (1995; hereafter referred to as Paper I) have recently provided a new determination of the space density and distribution scale height of the hot, hydrogen-rich subdwarfs. Their analysis is based on a sample of 209 stars culled from the Palomar-Green survey, for which Strömgren photometry had previously been secured. Their final values for these parameters are, respectively,  $D_0 = 3 \pm 1 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$  and  $z_e = 450 \pm 150 \text{ pc}$ . The space density  $D_0$  is smaller than the values obtained previously (Heber et al. 1984; Downes 1986; Green, Schmidt, & Liebert 1986; Heber 1986; Green & Liebert 1987; Reid et al. 1988; Moehler et al. 1990; Bixler, Laget, & Bowyer 1991; Theissen et al. 1993), which all were in the range  $1-4 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$ . Similarly, the exponential scale height  $z_e$  derived in Paper I is at the high end of those found previously, most recently by Moehler et al. (1990), Bixler et al. (1991), Saffer (1991), and Theissen et al. (1993). While earlier values of  $z_e$  argued convincingly for the hydrogen-rich subdwarfs belonging to an old disk population, the latest determination of  $z_e$  suggests that there might be, as well, a small admixture of stars belonging to the thick disk envisioned by Gilmore & Reid (1983).

Paper I includes a detailed rediscussion of most of the earlier determinations. Among those, that of Downes (1986) plays a distinct role: it is the only determination which does not make use of a sample of stars obtained at high galactic latitudes: in contrast, for example, to the Slettebak & Brundage (1971) objective prism survey or to the Palomar-Green survey to name but two, the Kitt Peak-Downes (KPD) survey was conducted exclusively in the plane of the Galaxy. Unfortunately, this is where interstellar extinction becomes a significant source of uncertainty in the interpretation of the properties of Downes's statistically-complete subsample of

objects. Nevertheless, the galactic-plane survey has a strategic importance, since it provides us with the opportunity to determine the mid-plane space density of hydrogen-rich subdwarfs in a manner which is essentially independent of the vertical scale-height of their distribution. It was pointed out in Paper I that the value of  $D_0$  originally derived by Downes (1986),  $1.5\text{--}2 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$ , could be reconciled with the lower value derived in Paper I when the large difference in absolute magnitude derived for the hydrogen-rich subdwarfs was taken into account: while the analysis of Paper I gave  $\langle M_V \rangle \sim 3.7$ , Downes's values were  $\langle M_V \rangle \sim 5.0\text{--}5.3$ , depending on the assumed intrinsic color. However, Paper I offered no specific suggestion as to the origin of this discrepancy.

In light of the importance of Downes's survey highlighted above, we reconsider here the problem of determining the space density of hot, hydrogen-rich subdwarfs in the plane on the basis of the KPD data. Our analysis, which can be considered a follow-up to Paper I, is similar to that of the PG stars presented there, and hinges on photoelectric Strömberg photometry secured for a number of KPD stars by Wesemael et al. (1992). These data are first analyzed to derive approximate atmospheric parameters; three independent methods are then used to derive the mid-plane density of these objects in the Galaxy.

## 2. THE SAMPLE OF HYDROGEN-RICH SUBDWARFS IN THE PLANE

The KPD colorimetric survey covers  $1,144 \text{ deg}^2$  divided into 52 fields, all located within  $12^\circ$  of the Galactic plane. The mean completeness limit of the survey is  $B_{pg} \sim 15.3$ , a result derived on the basis of the  $V'/V'_m$  test<sup>3</sup> applied to the white

---

<sup>3</sup> The use of primed volume elements here simply indicates that all volumes are weighted by the barometric density distribution (see Paper I).

---

dwarf sample. Downes isolates 31 of the 40 hydrogen-rich subdwarfs discovered in the survey as being within that completeness limit, and forming a complete statistical sample. Wesemael et al. (1992) obtained Strömrgren photometry for 22 of the 25 subdwarf candidates brighter than  $V \sim 15$ . For the 3 stars left out (KPD 2109+4401, KPD 2118+3841, and KPD 2237+4924), it is a simple matter to relate the missing Strömrgren photometry to the Johnson photometry secured by Downes (1986).

Figure 1a displays the observed correlation between the Strömrgren  $y$  magnitude and the Johnson  $V$  magnitude of Downes for the 22 objects for which these data are available, while Figure 1b shows a similar correlation between Strömrgren  $b$  and  $B$ . These relations can be expressed in the form

$$y = 1.024V - 0.324, \quad (1a)$$

and

$$b = 0.944B + 0.888. \quad (1b)$$

Similarly, Figure 2a displays the correlation between the Strömrgren  $(b - y)$  index and the Johnson  $(B - V)$ , while Figure 2b shows a similar correlation between  $(u - b)$  and  $(U - B)$ . These relations take the form

$$(b - y) = 0.579(B - V) + 0.056, \quad (2a)$$

and

$$(u - b) = 1.490(U - B) + 1.404. \quad (2b)$$

The use of these transformations permits a smooth transition from the Johnson to the Strömrgren system for the three unobserved stars. The statistically-complete KPD sample we consider here thus consists of 25 stars with  $V \leq 15.0$ , or  $y \leq 15.04$  (see Eq. 1a).

At the bright end, we use truncated cones (introduced in Paper I) to compute the different integrals and volumes required in §4, in order to avoid problems related to a possible incompleteness of the KPD survey at the bright end. The survey is thus considered to be complete between Strömgren  $y$  magnitudes 13.0 and 15.04.

### 3. DETERMINATION OF PHYSICAL PARAMETERS

#### *3.1 Effective Temperatures and Surface Gravities*

Estimates of the effective temperature were obtained on the basis of the calibrated relation between the reddening-free color index  $Q'$  and the effective temperature. This relation is described by Bergeron et al. (1984) and Wesemael et al. (1992), while the sensitivity of the index to the transformation to a calibrated system is discussed in that last paper, as well as by Saffer et al. (1994). Furthermore care was taken, in Paper I, to treat those objects which appeared to be composites in a slightly different manner, in order to avoid the contamination of the colors due to the companion. Here, the presence of extinction on the line of sight is such a significant problem that we have neglected this distinction altogether. The importance of this omission will be addressed below (§3.2)

Our gravity assignments follow the procedures developed in Paper I, in that we used four different methods to assign surface gravities to individual objects in our sample, and complete sequences of calculations were carried out for each method. There are, however, small changes in the details of the sequences: The  $C_1$  and  $C_2$  sequences consist of assigning constant surface gravities,  $\log g = 5.25$  and  $5.5$ , respectively, to all program stars. A third sequence, termed BLB, uses the best-fitting, least-square linear relation given by Bixler et al. (1991) between  $\log g$  and  $\log T_{\text{eff}}$  ( $\log g = -11.70 + 3.87 \log T_{\text{eff}}$ ). The last sequence, termed GS, mimics the



Greenstein & Sargent (1974) method for assigning  $\log g$  values ( $\log g\theta^4 = 2.3$ ). Note that the BLB method is equivalent, in practice, to adopting a slightly modified Greenstein & Sargent-like relation of the form  $\log g\theta^{3.87} = 2.63$ . A brief discussion of the features associated with the  $C_1$  and GS sequences can be found in Paper I. The sequences  $C_2$  and BLB are new to this analysis.

It should be noted that our reanalysis of the KPD sample is part of a comprehensive effort aimed at carrying out statistical analyses of large samples of hydrogen-rich subdwarfs through analyses of their photometric properties. As already discussed in Paper I, it would thus have been an unreasonable drain of telescope time to attempt to secure spectra for the 209 stars analyzed there. Here, in the same spirit, no spectra have been secured for this reinvestigation, even though the much smaller size of the KPD sample (one-tenth that of Paper I) makes the procurement of these data much easier. So much so, in fact, that we have become aware, after this analysis was completed, that the KPD sample had recently been almost completely reobserved by Saffer & Liebert (1995). We will return to this important development in §5.

### *3.2 Distance Determinations and the Problem of Reddening*

Individual distances,  $d$ , are calculated from

$$d = 3.241 \times 10^{-19} \left[ \frac{4\pi GMH_{5500}}{gf_{5500}} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ pc}, \quad (3)$$

where  $H_{5500}$  and  $f_{5500}$  are, respectively, the Eddington flux at 5500 Å computed for a given  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  from models similar to those of Wesemael et al. (1980), and the flux detected at the top of the Earth atmosphere at the same wavelength. Other symbols have their usual meaning. As in Paper I, we adopt  $M = 0.5 M_{\odot}$ .

(Moehler et al. 1990), and the flux is obtained from the Heber et al. (1984) relation, whereby  $m_y = 0.000$  corresponds to  $3.60 \times 10^{-9} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$ . However, the  $m_y$  magnitude used here must be corrected for interstellar extinction.

This is achieved by first determining the unreddened  $(b - y)_0$  color index by combining the equation defining  $Q'$

$$Q' \equiv (u - b) - 1.56(b - y) = (u - b)_0 - 1.56(b - y)_0. \quad (4a)$$

with a relationship between  $(u - b)_0$  and  $(b - y)_0$  derived on the basis of the stellar atmosphere models used by Wesemael et al. (1992; e.g., Fig. 9), which we express in the form

$$(u - b)_0 = 10.485(b - y)_0 + 1.258. \quad (4b)$$

We thus obtain

$$(b - y)_0 = 0.112(Q' - 1.258). \quad (4c)$$

The color excess  $E_{b-y}$  can now be estimated, and the extinction follows from the relation  $A_y = 5.06E_{(b-y)}$ , based on the average reddening curves of Seaton (1979). The flux  $f_{5500}$ , corrected for extinction, then follows, while  $H_{5500}$  is obtained from the effective temperature  $T_{\text{eff}}(Q')$ . All ingredients are then in hand to estimate  $d$  from Equation (3). Absolute magnitudes follow from the usual expression

$$M_y = m_y - A_y + 5 - 5 \log d, \quad (5)$$

with  $d$  expressed in pc, while the height of each star above the galactic plane is simply  $z = d \sin b$ , where  $b$  is the galactic latitude of the object. A summary of the average absolute magnitudes characterizing our sample of objects, derived with the

two temperature calibrations and the four distinct gravity assignments, is presented in Table 1.

We derive, above, effective temperatures on the basis of  $Q'$ , and this procedure implicitly assumes that the observed colors were uncontaminated. The impact on  $d$  of our ignoring possible contamination of the observed  $y$  magnitude by a cool main sequence-companion will be felt differently for our different sequences of  $\log g$  assignments. To illustrate this, we recall that our estimate of  $H_{5500}$  derives from a determination of  $T_{\text{eff}}(Q')$ . Let us assume, furthermore, that the main effect associated with the presence of a companion will be to redden  $(b - y)$ , while leaving  $(u - b)$  essentially unchanged. The value of  $Q'$  for such a composite system will thus decrease (see Eq. 4a) and a higher effective temperature would be assigned to the subdwarf than would otherwise have been the case had uncontaminated colors been used. For the first two sequences, the effect of this nominally higher  $T_{\text{eff}}$  is partially offset by the higher  $f_{5500}$  associated with the contaminated  $y$  magnitude. While this is also true for the last two sequences, the higher  $T_{\text{eff}}$  also leads, for those, to the assignment of a larger  $\log g$  through the imposed relationship between  $g$  and  $\theta$ . It then follows from Equation (3) that, in these two cases, the final distance should be smaller than that assigned had the presence of a companion been properly accounted for.

The importance of this effect, which should affect only a small fraction of the sample (only three KPD stars are candidates for composites, according to Allard et al. 1994), is easily appreciated when one examines its effect on absolute magnitude. To this end, we recalculated the average  $M_y$  for the 209 stars in the sample of Paper I; effective temperatures were determined directly from the  $Q'$  index, thus *ignoring the possibility* that a certain number of these stars might be composites.

The Schulz (1978) calibration was used, and both the  $C_1$  and GS  $\log g$  sequences were considered. By contrast, we also determined  $M_y$  for a subsample of 154 stars located, in a  $(u - b)$  vs.  $(b - y)$  diagram, far from the region of contamination from composites identified by Allard et al. (1994). The difference between the mean values of  $M_y$  for these two samples were less than 0.1 dex, smaller by a factor 3–4 than the standard deviation of the  $M_y$  distribution. Thus, whatever the true fraction of contaminated hydrogen-rich subdwarfs and the level of contamination they suffer, a maximum supplementary error of 10% may affect some of the distance determinations.

### *3.3 The Absolute Magnitude of Hydrogen-Rich Subdwarfs*

There are alternative methods to determine distances to individual objects. Thus Downes (1986) assumes instead a constant value of  $(B - V)_0$  for all stars, and determines  $E_{B-V}$ , and  $A_V$ , for each object. Then, through the use of published relations between color excess and distance for specific galactic directions,  $d$  follows, while  $M_V$  is obtained through Equation (5).

Following this approach for the 31 hydrogen-rich subdwarfs forming the KPD complete sample, Downes found a mean  $\langle M_V \rangle$  of  $5.0 \pm 1.4$  ( $5.3 \pm 1.4$ ) on the basis of  $(B - V)_0 = -0.35$  ( $-0.30$ ). Here, on the basis of the various methods used to assign individual  $\log g$  values, and the various temperature calibrations used, we obtain instead a mean value of  $\langle M_y \rangle = 3.92$ , with a standard deviation of 0.38. Our result is in accordance with the mean values representative of these stars in Paper I — which are in the range 3.32–3.93 — as well as with several estimates of  $M_V$  derived recently, and already summarized in Paper I:  $\langle M_V \rangle = 3.14$ ,  $\sigma = 0.76$ , based on the 26 sdB stars with reliable  $M_V$  in Table A3 of Greenstein & Sargent (1974);  $\langle M_V \rangle = 3.85$ ,  $\sigma = 0.60$ , for the 8 objects of Heber et al. (1984);  $\langle M_V \rangle = 4.41$ .

$\sigma = 0.31$ , for the 7 new, single objects analyzed by Heber (1986):  $\langle M_V \rangle = 3.53$ .  $\sigma = 0.52$ , for the 37 objects studied by Moehler et al. (1990);  $\langle M_V \rangle = 3.8 \pm 0.8$ , for the 11 objects in the complete sample considered by Theissen et al. (1993); and a range of 4.3–4.5 derived by Liebert, Saffer, & Green (1994) for three B subdwarfs in the old, metal-rich galactic cluster NGC 6791.

Downes's generally fainter magnitudes must originate either with his choice of a constant  $(B - V)_0$  value, or with the extinction vs. distance relations which are at the core of his calculation of  $\langle M_V \rangle$ . The first of these options can be readily checked by calculating a mean value of  $(B - V)_0$  for the sample of Wesemael et al. (1992), which can be obtained by assuming that — for the PG stars — the observed  $(b - y)$  value is very nearly  $(b - y)_0$ , and by further using Equation (2a) to convert individual  $(b - y)_0$  indices to  $(B - V)_0$ . The resulting mean is  $\langle (B - V)_0 \rangle = -0.325$ , with a standard deviation of 0.025. This result confirms the adequacy of Downes's choice, which consisted of simplifying the problem by choosing the intrinsic  $(B - V)_0$  color as a constant, and ignoring its dependence on  $(U - B)_0$ .

This agreement suggests that one must consider the extinction vs. distance relations considered by Downes (1986) as the source of the discrepancy. These relations, extracted from three distinct sources (FitzGerald 1968; Lucke 1978; Nandy et al. 1978), tend to be generally noisy, and it is unfortunately not possible for us to reproduce exactly the way individual distances were determined on the basis of these plots. However, while the *determination of distances and absolute magnitudes* on the basis of these graphs appears fraught with risks, it remains of some importance for our later discussion (§4) to investigate to what extent the extinction and distances we derive on the basis of our own methods are compatible with those extracted from these graphs. For this, we use the following two sources of information on

the spatial variation of interstellar extinction: the data of FitzGerald (1968), one of the three sets used by Downes (1986), and the more recent compilation of Neckel & Klare (1980). Both present graphs of extinction in the plane as a function of distance for numerous galactic longitudes. We define a match with the graphical data as acceptable if the extinction we determine falls within a certain magnitude range of that suggested by either of the two sources (FitzGerald or Neckel & Klare) at the mean distance derived for the object. The latter is simply defined as the mean of the distances obtained with each of our four methods to assign  $\log g$ . The acceptable range is fixed by the general uncertainty inherent to our distance determination, even in the absence of significant extinction. From the analysis of Paper I, we estimate that the uncertainty on  $d$  and  $z$  is of the order of 50%, a value consistent with that derived by Moehler et al. (1990). This figure translates into an acceptable uncertainty of  ${}^{+1.5}_{-0.9}$  on  $A_y$ . If, on the other hand, we adopt a smaller uncertainty on  $d$  of the order of 25%, the acceptable uncertainty range on  $A_y$  decreases to  $\sim \pm 0.54$ .

The combination of estimated extinction and distance we derive can be matched with the graphical data for 21 of the 25 stars in our sample if the typical uncertainty on  $d$  is set at 25%, while we secure a match for 23 out of 25 objects for an allowed uncertainty on the distance of 50%. Among the four problematic stars, one (KPD 2053+5632) is over-reddened, in the sense that our value of  $A_y$  is  $\sim 1.3$  mag larger, at our estimated mean distance to the object, than the largest value suggested by the graphs; this star, however, is not among the composite candidates identified in the KPD survey by Allard et al. (1994). For the other three objects (KPD 0025+5402, KPD 0550+1922, and KPD 2040+3955), the extinction we derive is 1.0–1.6 mag smaller than the smallest value estimated on the basis of the graphs.

Table 2 presents the physical parameters determined for the original sample of 25 stars isolated by Downes. Strömgren  $y$  magnitudes are from Wesemael et al. (1992), except for the three stars for which Equation (1a) was used to transform the KPD Johnson  $V$  magnitude to the Strömgren system. The extinction  $A_y$  is that derived here on the basis of our method. Individual temperatures follow from  $Q'$  and the Schulz (1978) transformation (see Wesemael et al. 1992 and Paper I). The four different  $\log g$  assignments (in the order  $C_1$ ,  $C_2$ , BLB, and GS), distances, and  $M_y$  follow for each star.

#### 4. DETERMINATION OF THE SPACE DENSITY

##### *4.1 General Considerations*

We use three methods, each with distinctive characteristics, to determine the space density based on the complete statistical sample defined in §2. Our first approach — perhaps the most direct one — is to consider the observed  $N(y)$  distribution of program stars, and compare it with predicted model distributions calculated with assumed values of the exponential scale height,  $z_e$ , and of the mid-plane density,  $D_0$ . The values of these variables can be adjusted in the model to match as closely as possible the observed  $N(y)$  variation. These optimal values of  $D_0$  and  $z_e$  obtained depend, in this instance, on the value of  $M_y$ , which is assumed to characterize the population of objects.

The next two techniques are already described in detail in Paper I. One of these is Schmidt's (1975) technique, which consists of summing the  $1/V'_m$  for each star of a complete sample, where  $V'_m$  is the maximum density-weighted volume accessible to each object in the survey. One advantage of the KPD sample is its relative insensitivity to the assumed scale height of the distribution. This feature

allows a test for completeness (which requires us to assume a value of  $z_e$ ), as well as a determination of the space density, even if the exponential scale height cannot be determined accurately. Finally, the third method we use considers fits to the observed  $N(z)$  distribution of stars; values of the exponential scale height and of the space density in the plane are, once again, adjusted in the model stellar distribution, characterized by a unique value of the absolute magnitude, to force a match to the observed  $N(z)$  variation.

In contrast to the work presented in §3.2, where we circumvented — through the use of Equation 3 — the need for an extinction vs. distance relation to determine  $M_y$  values, such a relation is needed here to determine  $D_0$ . This is because our model  $N(y)$  and  $N(z)$  distributions both require us to calculate the distance at which a star of given absolute and apparent magnitudes would be located in each field of the survey. This information cannot be obtained without referring to an extinction vs. distance relation *for each field*, which we extract from the Neckel & Klare (1980) data. Similarly, the  $1/V'_m$  summing technique requires that, among other things, the maximum volume accessible to each object in the survey be calculated. This datum again requires a knowledge of the extinction vs. distance relation for each field.

#### 4.2 *Fitting the Observed $N(y)$ Distribution*

To obtain a first value of the space density of hydrogen-rich subdwarfs, as well as to provide a connection to the value derived earlier by Downes (1986), we first attempt to fit, with a  $\chi^2$  technique, the observed  $N(y)$  distribution to those predicted within the exponential model, treating the density  $D_0$  and the scale height  $z_e$  as adjustable parameters. The number of stars of absolute magnitude  $M_y$  (assumed identical for all stars) in a bin centered on  $y_i$  in a survey of  $n$  fields, each characterized by a solid angle  $\omega_j$  and a central galactic latitude  $b_j$  is, for a given



choice of  $D_0$  and  $z_e$ .

$$N(y_i) = \sum_{j=1}^n \frac{D_0 \omega_j}{\sin^3 b_j} \int_{z_{i-1}}^{\text{Min}(z_{i+1}, z_{\max}(j))} z^2 \exp(-z/z_e) dz. \quad (6)$$

In the above, the height above the plane,  $z_k$ , of a star of assumed absolute magnitude  $M_y$  and of apparent magnitude  $y_k$  in a given field, characterized by its galactic latitude  $b_j$  and its extinction  $A_{y,j}(d)$ , is simply

$$z_k = d_k \sin b_j = 10^{(y_k - A_{y,j}(d_k) - M_y + 5)/5} \sin b_j. \quad (7)$$

The maximum height at which field  $j$  contributes,  $z_{\max}(j)$ , is determined by the limiting magnitude of the field and by the absolute magnitude of the stars within it. Furthermore, note that each individual distance  $d_k$  associated with a particular apparent magnitude depends on the extinction in the field, which is itself also dependent on distance. Thus, before performing any calculation, we need the  $A_y(d)$  relation for each of the 52 fields. FitzGerald (1968) presents 74 graphs of color excess vs. distance based on photoelectric data for more than 7,000 stars in order to cover the  $360^\circ$  of galactic longitude at low latitudes. Neckel & Klare (1980) used photoelectric data for more than 11,000 stars and generate 325 different graphs of  $A_V$  vs.  $d$  to cover the entire galactic plane at low galactic latitudes. On the basis of both these studies, the general behavior of the extinction can be modeled as a straight line of constant slope for distances smaller than  $\sim 1$  kpc, followed by a constant value which correspond to that reached at 1 kpc. Because this description is adequate for most of our 52 fields, we adopt it for all of them. The calculations were repeated for the two different values of the extinction at 1 kpc obtained from the compilations of FitzGerald and Nickel & Klare.

An iterative technique was used to compute the individual distances  $d_k$ . As a first estimate of  $A_y$ , we use the 1 kpc value. If, in this first pass, the computed distance is larger than 1 kpc, the procedure is stopped. If it is less than 1 kpc, this distance is probably underestimated, because the true extinction is most likely smaller than the value initially adopted. A second estimate of  $A_y$  is then made, using the previous distance estimate and the linear relationship between  $A_y$  and distance. This second distance estimate is greater than the first, and is itself overestimated because the true extinction is larger than that used. The procedure is repeated, and converges quickly (4 or 5 steps); it is stopped when the difference between the last two distance estimates is smaller than 10 pc. The final distance is the mean of the last two values. The maximum height at which field  $j$  contributes,  $z_{max,j}$ , is determined by the limiting magnitude of the field and by the absolute magnitude of the stars within it.

The general  $\chi^2$  for our problem is

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{N(y_i) - N(y_i, D_0, z_e)}{\sigma_i} \right]^2, \quad (8)$$

where  $N$  represent the number of bins,  $N(y_i)$  is the observed number of stars in bin  $y_i$ ,  $N(y_i, D_0, z_e)$  is the number of stars predicted for a given  $D_0$  and  $z_e$ , and  $\sigma_i$  the error on  $N(y_i)$ . The latter is estimated under the assumption that the observed  $N(y_i)$  can be described by a Poisson distribution; thus  $\sigma_i = \sqrt{N(y_i)}$ .

Our fits assume that all the objects in the survey area can be characterized by a constant absolute magnitude  $M_y$ . Rather than adopting the average absolute magnitude characteristic of one or another of the  $C_1$ ,  $C_2$ , BLB, or GS sequences, we have elected to perform this first set of fits with absolute magnitudes in the

range 3.5 (0.5) 5.0. This wide range permits us to generate results for  $M_y$  values as faint as those adopted by Downes in his earlier calculations of  $D_0$ , which none of our four sequences would otherwise reach. Table 3 gives the optimal values of the scale height  $z_e$  and the mid-plane density for each choice of absolute magnitude, as well as for the two sources of extinction data described above. Figure 3 displays the four different distributions obtained with the Neckel & Klare extinction data as continuous lines, while the observed distributions appear as histograms. The results of Table 3 do not appear to depend critically on the adopted extinction data, but are sensitive to the assumed  $M_y$  value, as had been argued in Paper I. Larger mid-plane densities are naturally associated with fainter absolute magnitudes, since all stars are then located closer, and are thus more concentrated. In other words, to account for the same number of observed stars in an apparent magnitude bin, a higher density is required for fainter  $M_y$  because the volume associated with the bin is smaller than it is for a brighter object. The six density determinations associated with the three brightest absolute magnitudes are consistent with the results of Paper I, while those obtained for  $\langle M_y \rangle = 5.0$  are similar to those encountered in Downes's original analysis, which yielded  $D_0 = 1.5 \times 10^{-6} \text{pc}^{-3}$ .

The values of  $z_e$  obtained for the  $\langle M_y \rangle = 5.0$  cases are quite consistent with those adopted by Downes (1986). In general, however, the values of the exponential scale height are not consistent with those obtained in Paper I. This is not really a surprise since, as mentioned earlier, the Galactic-plane KPD sample is not really suited to a determination of  $z_e$ . This is best seen in Figure 4, which displays the confidence levels associated with our fits in the  $(D_0, z_e)$  plane. The confidence levels around the best fit tend to form banana-shaped curves, open-ended along the vertical axis. This morphology simply indicates that the density is relatively well

constrained, i.e., that different values of  $z_e$  can be used, and similar values of  $D_0$  obtained nevertheless; similar contour plots were obtained in Paper I while fitting subsamples of the PG survey limited to low  $z$ . This result is exactly that expected from a sample of stars concentrated to the Galactic plane: because the mean  $z$  of the sample is lower than the scale height, no significant vertical density decrease can be detected, and any  $z_e$  sufficiently larger than  $\langle z \rangle$  is appropriate to describe the sample.

#### 4.3 The $V'/V'_m$ Test, and its Associated Density

The  $V'/V'_m$  test is often used as a tool to determine the optimal value of the exponential scale height  $z_e$  for a complete sample. When the test is performed for different values of  $z_e$ , that which gives — within the uncertainty — a value of  $\langle V'/V'_m \rangle$  near 0.5 is defined as the optimal exponential scale height. The density then follows by summing the individual  $1/V'_m$  over the entire survey.

The evaluation of  $V'$  requires the distance at which a star characterized by given apparent and absolute magnitudes should be in each individual field. This distance differs from field to field, according to the characteristics of the extinction in that direction. Similarly, the maximum distance at which a star can be detected depends both on its apparent and absolute magnitudes, as well as on the extinction which characterizes the different fields. We again follow the procedure described in §4.2 to determine distances with due account taken of the extinction.

Note that, in contrast to the fits to the observed  $N(y)$  distribution carried out in §4.2, the  $1/V'_m$  summing technique uses the *individual* absolute magnitudes determined for each star in §3.2. Table 4 and 5 show the results obtained with each of the four gravity assignments, and with effective temperatures based on both the Schulz (1978) and the Olson (1974) calibrations, and for the extinction data of

Neckel & Klare (1980). We used two different  $z_e$  value to carry out the  $V'/V'_m$  test, as well as to compute its associated space density.

For all sequences, the  $\langle V'/V'_m \rangle = 0.5$  requirement is met within the uncertainty of 0.06 (given by  $[12N]^{-\frac{1}{2}}$ , where  $N = 25$ ; Green 1980). This again shows the relative unimportance of the chosen value of  $z_e$  in analyses of the KPD sample. As expected, the lower scale heights produce the largest densities by lowering the extent of the weighted maximum volume. In agreement with the results of §4.2, the value of the mid-plane density  $D_0$  is sensitive to the mean absolute magnitude which characterizes each sequence. Furthermore, the values derived here are comparable to those of §4.2. One should note that none of the current sequences reach the faintest absolute magnitudes explored previously within the  $N(y)$  fits.

#### 4.4 Fitting the Observed $N(z)$

We now attempt to fit, with a  $\chi^2$  technique, the observed  $N(z)$  distributions to those predicted within the exponential model, treating the density  $D_0$  and the scale height  $z_e$  as adjustable parameters (additional details are given in §5.3 of Paper I). As in §4.2 and 4.3, the individual distances computed take into account the extinction. The maximum  $z$  at which each field contributes is determined by the limiting magnitude of the field, and by the absolute magnitude of the stars within it. As in §4.3, calculations are carried out for each sequence in turn ( $C_1$ ,  $C_2$ , GS, and BLB), and we assume that all stars are characterized by the average absolute magnitude value appropriate to each sequence (summarized in Table 1).

Figure 5 and 6 display our results. The optimal  $N(z)$  distributions are displayed as continuous lines, while the observed distributions are represented by histograms. Table 6 presents the derived values of  $z_e$  and  $D_0$ , all for the Schulz (1978) temperature calibration and the Neckel & Klare extinction data, and this for

the now customary four sequences of  $\log g$  assignments. Here as well, the densities derived from this method of analysis are in agreement with those derived in §4.2 and 4.3. The derived scale heights are larger, but nevertheless remain compatible with the completeness test of §4.3.

## 5. CONCLUDING REMARKS

On the basis of the statistically-complete sample of hydrogen-rich subdwarfs isolated by Downes (1986), we have redetermined the mid-plane density of these stars. We have assumed that the vertical distribution of the objects is correctly described by an exponential dependence (see the discussion of Paper I), and have used a subsample of stars brighter than  $V \sim 15.0$ . By simply averaging the results obtained from our fits to the observed  $N(Z)$  distribution (Table 6) and from the  $1/V'_m$  technique (Tables 4 and 5), which account for two temperature calibrations as well as several approximate ways to assign surface gravities to the sample, we find a mean value of the mid-plane space density of  $4.1 \pm 1.5 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$ . This value is in good agreement with that derived in Paper I ( $D_0 = 3 \pm 1 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$ ) in a statistical analysis of the PG sample. However, it is roughly a factor of 5 smaller than that initially derived by Downes (1986) on the basis of essentially the same sample. As was already suggested in Paper I, this discrepancy can be traced back to the absolute magnitudes assigned to the program objects. It is now likely that we have found the specific origin of these differing assignments: the distances derived by Downes (1986) for his program objects rely heavily on diagrams of extinction vs. distance in the Galactic plane (FitzGerald 1968; Lucke 1978; Nandy et al. 1978), diagrams which — in retrospect — may have been too noisy for the task of determining individual absolute magnitudes. Our estimates of  $M_y$ , in contrast, are independent of these diagrams, as they rely on estimates of  $T_{\text{eff}}$  based on the reddening-independent.

temperature-sensitive index  $Q'$ .

This being said, however, *we must still rely on diagrams of extinction vs. distance in the Galactic plane to derive space densities with any of the three methods explored here*: as was pointed out earlier, fits to both the  $N(y)$  and the  $N(z)$  distributions require the calculation of a predicted distribution of stars which depends on the extinction law  $A_y(d)$  adopted for each field of the survey. For the densities calculated with the  $1/V'_m$  summing method, the maximum density-weighted volume accessible to each object in the survey must be calculated, and this quantity also depends on the  $A_y(d)$  law for each survey field. For this task, we have thus used the extensive compilation of Neckel & Klare (1980), which appears of superior quality to the earlier compilations. Nevertheless, the impact of these diagrams is smaller here than in Downes's work as *i)* the absolute magnitudes used in the density calculations are previously, and independently, constrained, and *ii)*, in the case of the  $1/V'_m$  summing of §4.3, the diagrams are used in a regime where the distances considered are large enough for the extinction to be properly described by a constant value. Indeed, our calculations of  $D_0$  reveal only a modest sensitivity, *once  $M_y$  values have been assigned*, to the particular source of extinction data.

As mentioned earlier, Saffer & Liebert (1995) have essentially completed their spectroscopic reobservations of the complete sample of hydrogen-rich subdwarfs in the KPD survey. This is a significant development, as our work here has assumed all along that the original sample isolated by Downes (1986) — of which we consider only those members brighter than  $V \sim 15.0$  — is *i)* as complete, at faint magnitudes, as stated, and *ii)* contains only hydrogen-rich subdwarfs. The work of Saffer & Liebert (1995) now permits a quantitative evaluation of point *ii)*. The preliminary results of their classification work show that KPD 0311+4801, KPD 0721-0026, and KPD

2022+2033 should be removed from the bright sample considered here, while KPD 2024+5303 has not yet been reobserved<sup>4</sup>. The impact of these latest results for our

---

<sup>4</sup> Note that, under these circumstances, the parameters derived in Table 2 for the three misclassified objects may be especially inaccurate.

---

final values of  $D_0$  can be most simply evaluated with the  $1/V'_m$  summing technique used in §4.3, leaving out the three reclassified stars. With the Schulz (1978) photometric calibration, the value of  $D_0$ , averaged over the four sequences and the two choices of  $z_e$  of Table 4 goes down from  $4.1 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$  to  $3.4 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$ ; with the Olson (1974) calibration (Table 5), the average drops from  $4.4 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$  to  $3.7 \times 10^{-7} \text{pc}^{-3}$ . In both cases, thus, the reclassification work of Saffer & Liebert (1995) leads to a slight lowering, of the order of  $\sim 15\%$ , of the space density estimated above on the basis of Downes's original sample.

We are grateful to the Kitt Peak National Observatory for its long-term support of the observational program which served as the basis for this investigation, and to F. Allard, P. Bergeron, R.F. Green, and R. Lamontagne for their contribution in securing the observations. We are also indebted to R.A. Downes for supplying the essential finding charts for the then-unpublished KPD catalog, and to R.A. Saffer for graciously providing us with the preliminary results of the Saffer & Liebert spectroscopic reinvestigation of the KPD sample. We are also grateful to both for reading and commenting on an earlier version of this manuscript. This work was supported in part by the NSERC Canada and by the Fund FCAR (Québec). One of us (B.V.) benefited from the status of Chercheur collégial, granted by the Fund FCAR, while this work was being carried out.



TABLE 1  
MEAN  $M_y$  OF THE SAMPLE

Sequence	Calibration	$\langle M_y \rangle$
C <sub>1</sub>	Schulz	3.48
C <sub>2</sub>	Schulz	4.11
BLB	Schulz	4.35
GS	Schulz	3.78
C <sub>1</sub>	Olson	3.33
C <sub>2</sub>	Olson	3.95
BLB	Olson	4.54
GS	Olson	3.98

TABLE 2  
PARAMETERS OF DOWNES'S COMPLETE SAMPLE

KPD Name	$y$	$A_y$	$T_{\text{eff}}$	$\log g^a$	$d$ (pc)	$M_y$
0025+5402	13.92	0.3	25352.	5.25	939.	3.76
				5.50	704.	4.38
				5.34	843.	3.99
				5.11	1108.	3.40
0054+5406	14.12	0.7	30901.	5.25	1000.	3.39
				5.50	750.	4.02
				5.68	612.	4.46
				5.45	795.	3.89
0311+4801 <sup>b</sup>	14.33	0.7	50099.	5.25	1578.	2.61
				5.50	1184.	3.23
				6.49	379.	5.71
				6.29	477.	5.21
0422+5421	14.68	1.3	22905.	5.25	775.	3.96
				5.50	581.	4.58
				5.17	847.	3.76
				4.93	1120.	3.16
0550+1922	14.57	0.3	27124.	5.25	1311.	3.63
				5.50	983.	4.26
				5.46	1033.	4.15
				5.22	1351.	3.57
0629-0016	15.01	0.7	26766.	5.25	1338.	3.66
				5.50	1003.	4.28
				5.43	1082.	4.12
				5.20	1416.	3.53
0640+1412	15.02	0.9	32528.	5.25	1473.	3.28
				5.50	1105.	3.91
				5.76	817.	4.56
				5.54	1056.	4.01
0716+0258	14.95	0.4	27566.	5.25	1535.	3.61
				5.50	1151.	4.23
				5.48	1172.	4.19
				5.25	1532.	3.61
0721-0026 <sup>b</sup>	13.85	0.5	22601.	5.25	761.	3.98
				5.50	571.	4.61
				5.15	854.	3.73
				4.91	1130.	3.12

TABLE 2 (contd.)

1901+1607	14.27	0.9	27812.	5.25	899.	3.59
				5.50	674.	4.22
				5.50	675.	4.21
				5.27	882.	3.63
1905+1144	14.54	1.7	35301.	5.25	899.	3.12
				5.50	674.	3.74
				5.90	425.	4.74
				5.68	547.	4.20
1924+2932	13.79	0.7	34294.	5.25	942.	3.17
				5.50	707.	3.80
				5.85	472.	4.68
				5.63	608.	4.13
1930+2752	13.83	0.9	33235.	5.25	887.	3.24
				5.50	666.	3.86
				5.80	472.	4.61
				5.58	609.	4.05
1943+4058	14.91	0.5	28174.	5.25	1444.	3.57
				5.50	1082.	4.19
				5.52	1057.	4.24
				5.29	1379.	3.67
1946+4340	14.30	0.4	32748.	5.25	1328.	3.27
				5.50	996.	3.89
				5.77	726.	4.58
				5.55	939.	4.02
2022+2033 <sup>b</sup>	13.67	0.7	19999.	5.25	559.	4.25
				5.50	419.	4.87
				4.94	794.	3.49
				4.69	1060.	2.86
2024+5303 <sup>c</sup>	14.58	1.2	35997.	5.25	1158.	3.08
				5.50	868.	3.70
				5.93	528.	4.79
				5.72	678.	4.24
2040+3955	14.47	0.8	26570.	5.25	1009.	3.67
				5.50	757.	4.30
				5.42	828.	4.10
				5.19	1084.	3.52

TABLE 2 (contd.)

2053+5632	14.29	1.9	26502.	5.25	563.	3.68
				5.50	423.	4.30
				5.42	464.	4.10
				5.18	608.	3.51
2109+4401 <sup>d</sup>	13.37	0.4	33976.	5.25	906.	3.19
				5.50	679.	3.82
				5.84	461.	4.66
				5.61	595.	4.11
2118+3841 <sup>d</sup>	13.88	0.3	31334.	5.25	1080.	3.36
				5.50	810.	3.99
				5.70	644.	4.49
				5.47	834.	3.92
2215+5037 <sup>c</sup>	13.74	0.5	28608.	5.25	855.	3.54
				5.50	641.	4.17
				5.55	607.	4.28
				5.32	792.	3.71
2237+4924 <sup>d</sup>	14.95	1.3	25589.	5.25	969.	3.74
				5.50	727.	4.37
				5.36	854.	4.01
				5.12	1122.	3.42
2254+5444 <sup>c</sup>	14.33	1.4	41652.	5.25	1051.	2.83
				5.50	788.	3.46
				6.18	361.	5.15
				5.97	459.	4.63
2319+5014	14.58	0.6	24175.	5.25	1042.	3.85
				5.50	781.	4.47
				5.26	1026.	3.88
				5.02	1352.	3.28

<sup>a</sup> Listed in the following order: C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, BLB, and GS

<sup>b</sup> Not a hydrogen-rich subdwarf according to Saffer & Liebert (1995; see §5). Derived parameters may thus be especially inaccurate

<sup>c</sup> Probable composite, according to Allard et al. (1994)

<sup>d</sup> Not observed on the Strömgren system by Wesemael et al. (1992)

TABLE 3

TWO-DIMENSIONAL FIT TO  $N(y)$ 

$\langle M_y \rangle$	Extinction	$z_e$ (pc)	$D_0$ ( $\text{pc}^{-3}$ )
3.5	Neckel & Klare	150	$2.8 \times 10^{-7}$
4.0	Neckel & Klare	275	$3.6 \times 10^{-7}$
4.5	Neckel & Klare	300	$5.6 \times 10^{-7}$
5.0	Neckel & Klare	175	$9.8 \times 10^{-7}$
3.5	FitzGerald	125	$3.0 \times 10^{-7}$
4.0	FitzGerald	225	$3.8 \times 10^{-7}$
4.5	FitzGerald	375	$5.4 \times 10^{-7}$
5.0	FitzGerald	175	$9.8 \times 10^{-7}$

TABLE 4

 $V'/V'_m$  TEST

SCHULZ CALIBRATION AND NECKEL &amp; KLARE EXTINCTION

Sequence	$\langle M_y \rangle$	$\langle \log g \rangle$	$z_e$ (pc)	$\langle V'/V'_m \rangle$	$\sum 1/V'_m$
C <sub>1</sub>	3.48	5.25	500	0.46	$2.2 \times 10^{-7}$
			250	0.47	$2.6 \times 10^{-7}$
C <sub>2</sub>	4.11	5.50	500	0.48	$4.2 \times 10^{-7}$
			250	0.49	$4.8 \times 10^{-7}$
BLB	4.35	5.60	500	0.48	$5.5 \times 10^{-7}$
			250	0.49	$6.3 \times 10^{-7}$
GS	3.78	5.37	500	0.47	$3.2 \times 10^{-7}$
			250	0.48	$3.7 \times 10^{-7}$

TABLE 5

 $V'/V'_m$  TEST

OLSON CALIBRATION AND NECKEL &amp; KLARE EXTINCTION

Sequence	$\langle M_y \rangle$	$\langle \log g \rangle$	$z_e$ (pc)	$\langle V'/V'_m \rangle$	$\sum 1/V'_m$
C <sub>1</sub>	3.33	5.25	500	0.45	$1.9 \times 10^{-7}$
			250	0.46	$2.3 \times 10^{-7}$
C <sub>2</sub>	3.95	5.50	500	0.48	$3.6 \times 10^{-7}$
			250	0.49	$4.2 \times 10^{-7}$
BLB	4.54	5.74	500	0.48	$6.7 \times 10^{-7}$
			250	0.49	$7.5 \times 10^{-7}$
GS	3.98	5.51	500	0.48	$4.0 \times 10^{-7}$
			250	0.49	$4.6 \times 10^{-7}$

TABLE 6

TWO-DIMENSIONAL FIT TO  $N(z)$   
 SCHULZ CALIBRATION AND NECKEL & KLARE EXTINCTION

Sequence	$z_e$ (pc)	$D_0$ (pc <sup>-3</sup> )
C <sub>1</sub>	625	$2.2 \times 10^{-7}$
C <sub>2</sub>	525	$5.4 \times 10^{-7}$
BLB	425	$6.2 \times 10^{-7}$
GS	425	$3.0 \times 10^{-7}$



## REFERENCES

- Allard, F., Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., & Lamontagne, R. 1994. *AJ*. 107, 1565
- Bergeron, P., Fontaine, G., Lacombe, P., Wesemael, F., Crawford, D.L., & Jakobsen, A.-M. 1984, *AJ*, 89, 374
- Bixler, J.V., Bowyer, S. & Laget, M. 1991, *A&A*, 250, 370
- Downes, R.A. 1986. *ApJS*, 61, 569
- FitzGerald, M.P. 1968, *AJ*, 73, 983
- Gilmore, G. & Reid, N. 1983, *MNRAS*. 202. 1025
- Green, R.F. 1980. *ApJ*, 238, 685
- Green, R.F., Schmidt, M. & Liebert, J. 1986, *ApJS*, 61. 305
- Green, R.F. & Liebert, J. 1987, in *IAU Colloquium 95, The Second Conference on Faint Blue Stars*, eds A.G.D. Philip, J. Liebert, & D.S. Hayes (Schenectady: Davis), p. 261
- Greenstein, J.L. & Sargent, A.I. 1974, *ApJS*, 28, 157
- Heber, U. 1986, *A&A*, 155, 33
- Heber, U., Hunger, K., Jonas, G. & Kudritzki, R.P. 1984, *A&A*, 130, 119
- Liebert, J., Saffer, R.A., & Green, E.M. 1994, *AJ*, 107, 1408
- Lucke, P.B. 1978, *A&A*, 64, 367
- Moehler, S., Richtler, T., de Boer, K.S., Dettmar, R.J., & Heber, U. 1990, *A&AS*. 86, 53

- Nandy, K., Thompson, G.I., Carnochan, D.J., & Wilson, R. 1978, MNRAS, 184, 733
- Neckel, Th. & Klare, G. 1980, A&AS, 42, 251
- Olson, E.C. 1974, PASP, 86, 80
- Reid, N., Wegner, G., Wickramasinghe, D.T., and Bessell, M.S. 1988, AJ, 96, 275
- Saffer, R.A. 1991, Ph.D thesis, University of Arizona
- Saffer, R.A., & Liebert, J. 1995, in Proc. Ninth European Workshop on White Dwarf Stars, eds. D. Koester & K. Werner (Berlin: Springer), in press
- Saffer, R.A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, ApJ, 432, 351
- Schmidt, M. 1975, ApJ, 202, 22
- Schulz, H. 1978, A&A, 68, 75
- Seaton, M.J. 1979, MNRAS, 187, 73p
- Slettebak, A. & Brundage, R.K. 1971, AJ, 76, 338
- Theissen, A., Moehler, S., Heber, U., & de Boer, K.S. 1993, A&A, 273, 524
- Villeneuve, B., Wesemael, F., Fontaine, G., Carignan, C. & Green, R.F. 1995, ApJ, in press (Paper I)
- Wesemael, F., Auer, L.H., Van Horn, H.M. & Savedoff, M.P. 1980, ApJS, 43, 159
- Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., Lamontagne, R., & Green, R.F. 1992, AJ, 104, 203

## FIGURE CAPTIONS

- Fig. 1 — Photometric properties of our sample of 22 objects brighter than  $y = 15.04$ :  
 a) Strömgren  $y$  magnitude as a function of Johnson  $V$  magnitude of Downes (1986). The straight line displays the linear regression of Equation (1a); b) Strömgren  $b$  magnitude as a function of Johnson  $B$  magnitude of Downes (1986). The straight line displays the linear regression of Equation (1b).
- Fig. 2 — Photometric properties of our sample of 22 objects brighter than  $y = 15.04$ :  
 a) Strömgren  $(b-y)$  color as a function of Johnson  $(B-V)$  color of Downes (1986). The straight line displays the linear regression of Equation (2a);  
 b) Strömgren  $(u-b)$  color as a function of Johnson  $(U-B)$  color of Downes (1986). The straight line displays the linear regression of Equation (2b).
- Fig. 3 — Observed  $N(y)$  distribution (histogram), together with our optimal fit within the exponential model (solid line). Extinction data are from Neckel & Klare (1980); a) for  $M_y = 3.5$ ; b) for  $M_y = 4.0$ ; c) for  $M_y = 4.5$ ; d) for  $M_y = 5.0$ .
- Fig. 4 — a) Contours of equal confidence level associated with the fit to the  $N(y)$  distribution. Extinction data are from Neckel & Klare (1980). The contours shown are for 68.3%, 90%, 95.4%, 99%, 99.73%, and 99.99% confidence levels. The cross indicates the set of  $D_0$  and  $z_e$  associated with the minimal deviation. These values are given in Table 3; a) for  $M_y = 3.5$ ; b) for  $M_y = 4.0$ ; c) for  $M_y = 4.5$ ; d) for  $M_y = 5.0$ .
- Fig. 5 — a) Observed  $N(z)$  distribution (histogram), together with our optimal fit within the exponential model (solid line). Extinction data are from

Neckel & Klare (1980), and effective temperatures are derived from  $Q'$  on the basis of the Schulz (1978) calibration. a) for the  $C_1$  sequence, where surface gravities are taken to be a constant,  $\log g = 5.25$ ; b) for the  $C_2$  sequence, where surface gravities are taken to be a constant,  $\log g = 5.50$ ; c) for the BLB sequence, where surface gravities are assigned on the basis of  $\log g = -11.70 + 3.87 \log T_{\text{eff}}$ ; d) for the GS sequence, where surface gravities are assigned on the basis of  $\log g \theta^4 = 2.3$

Fig. 6 — Contours of equal confidence level associated with the fit to the  $N(z)$  distribution. Extinction data are from Neckel & Klare (1980), and the Schulz (1980) calibration is used. The contours shown are for 68.3%, 90%, 95.4%, 99%, 99.73%, and 99.99% confidence levels. The cross indicates the set of  $D_0$  and  $z_e$  associated with the minimal deviation. These values are given in Table 6; a) for the  $C_1$  sequence; b) for the  $C_2$  sequence; c) for the BLB sequence; d) for the GS sequence.

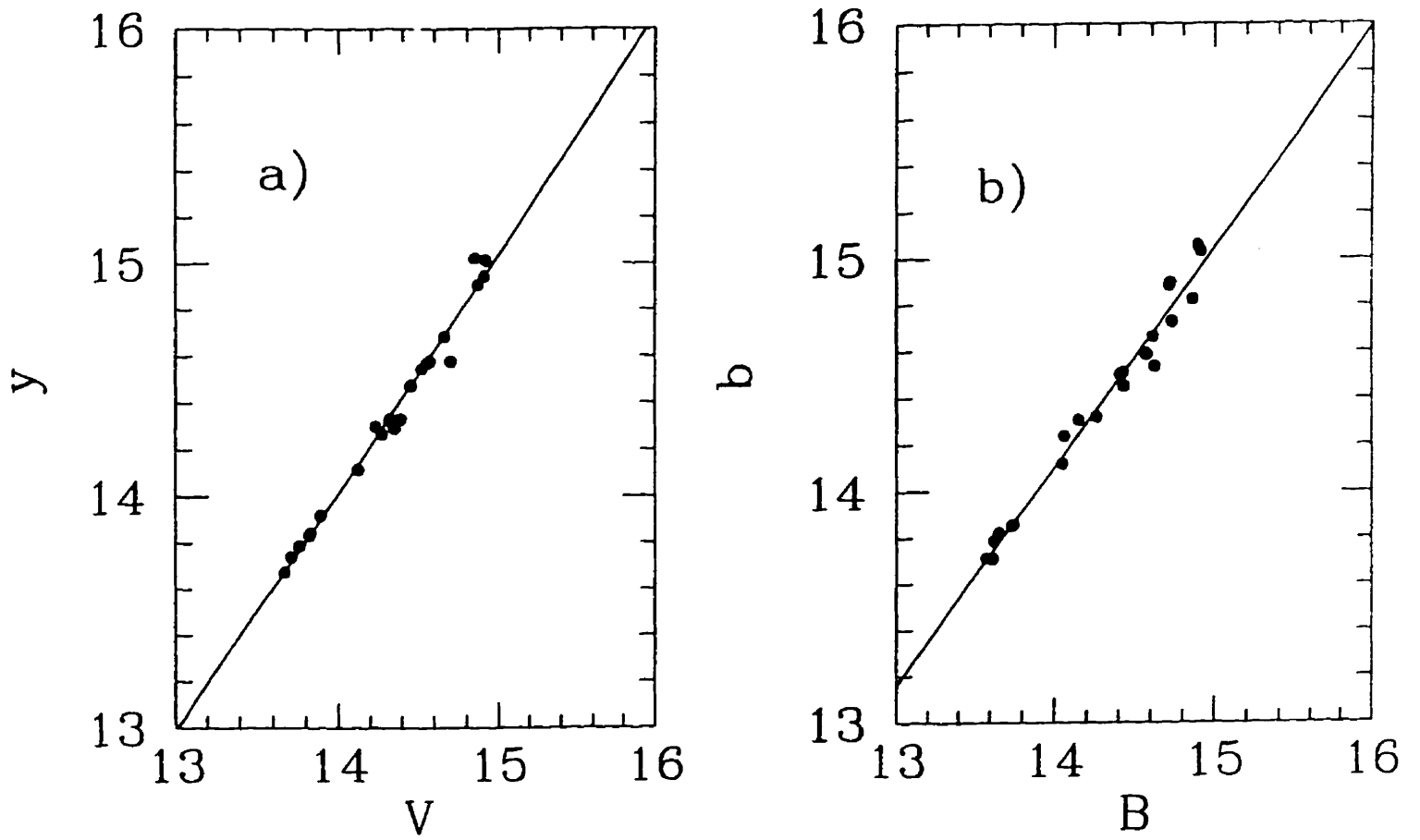


Figure 1

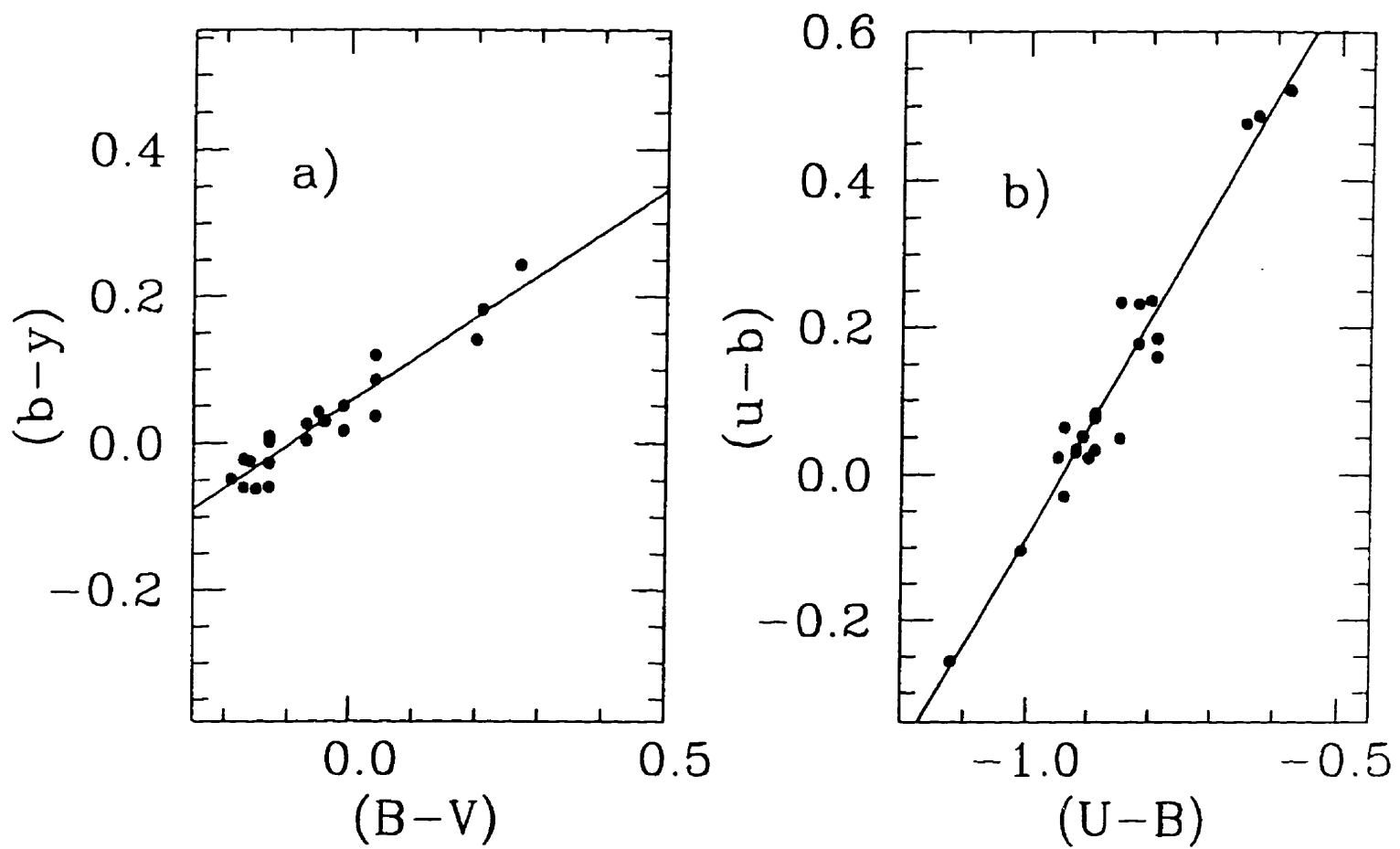


Figure 2

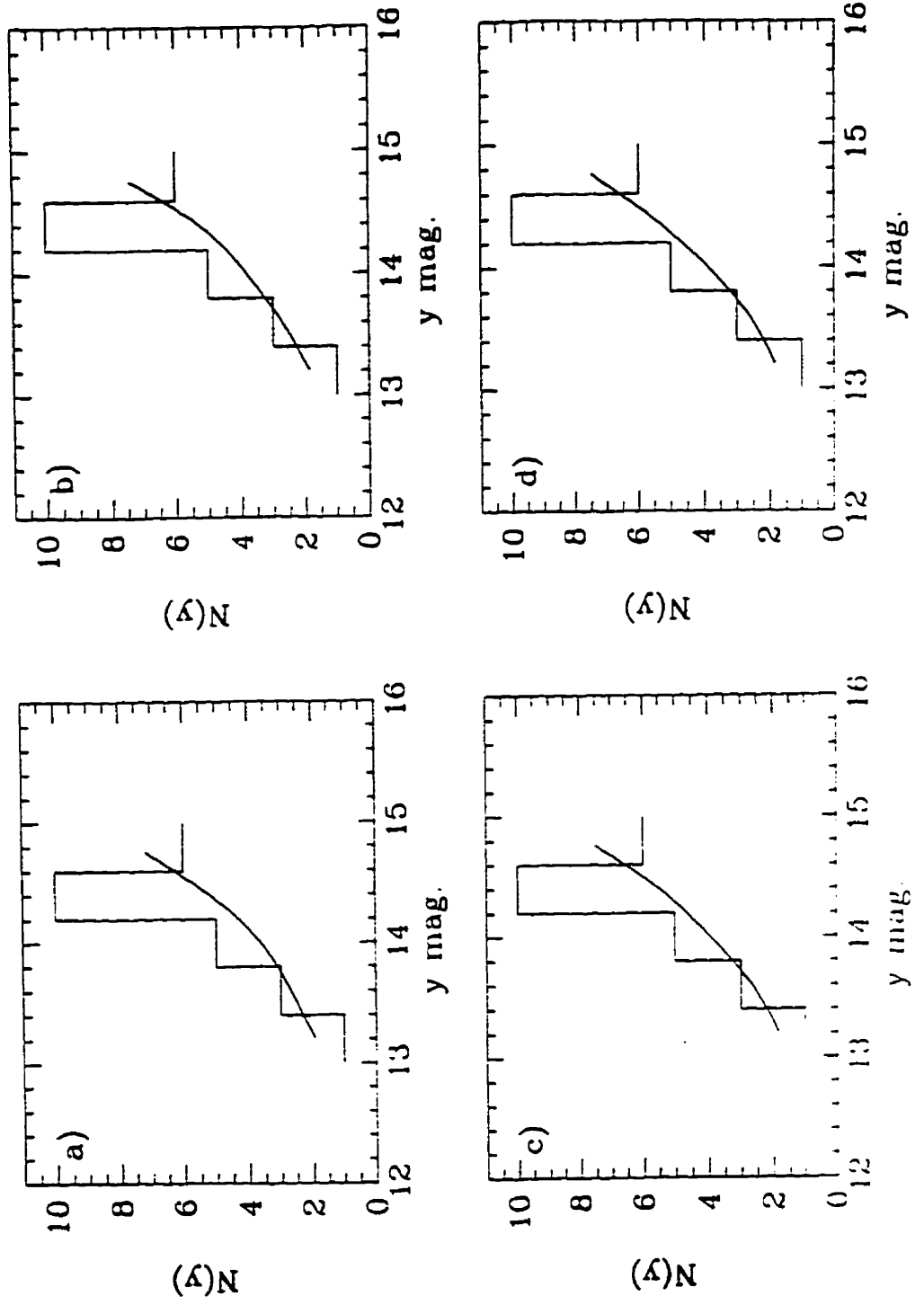


Figure 3

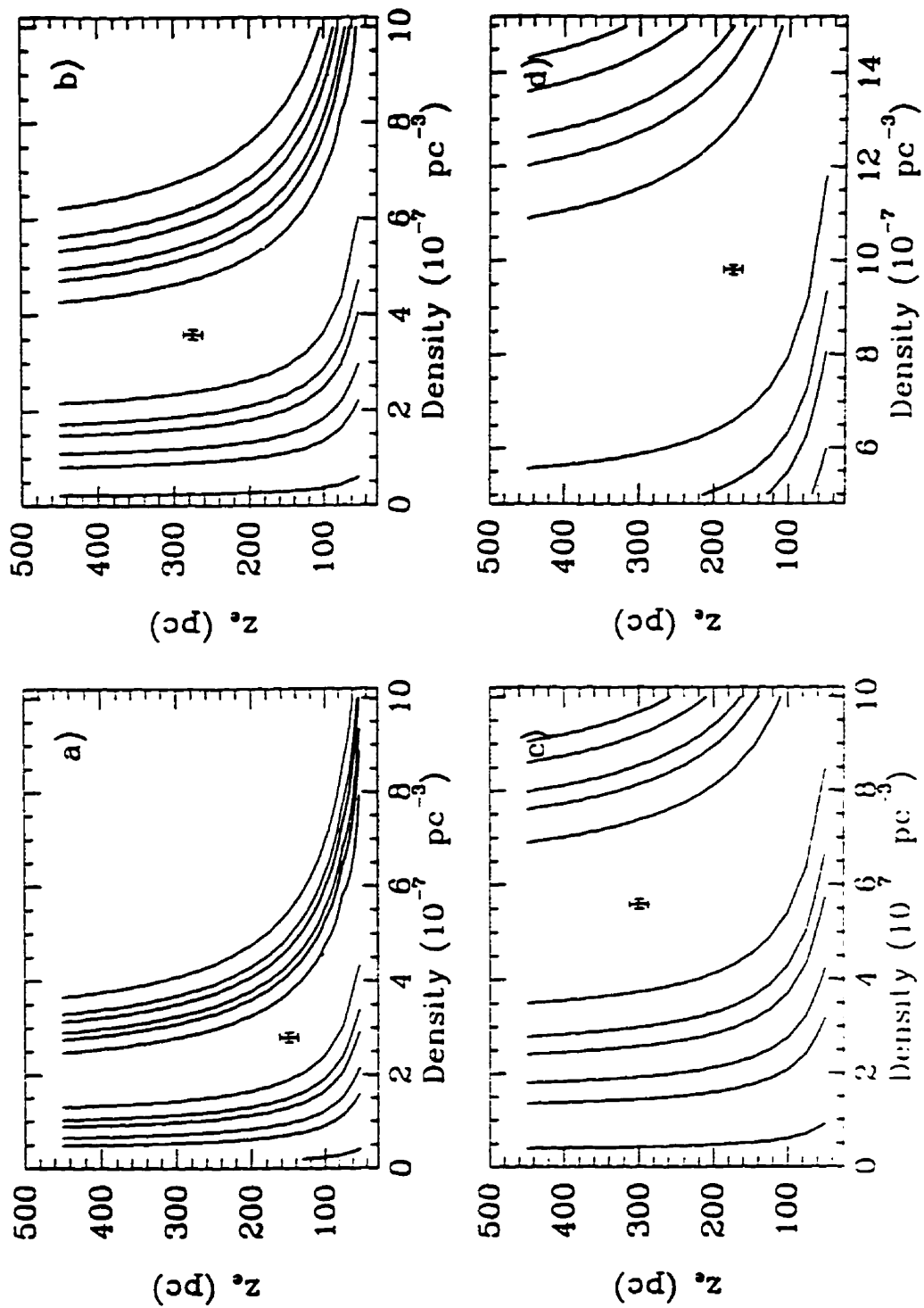


Figure 4



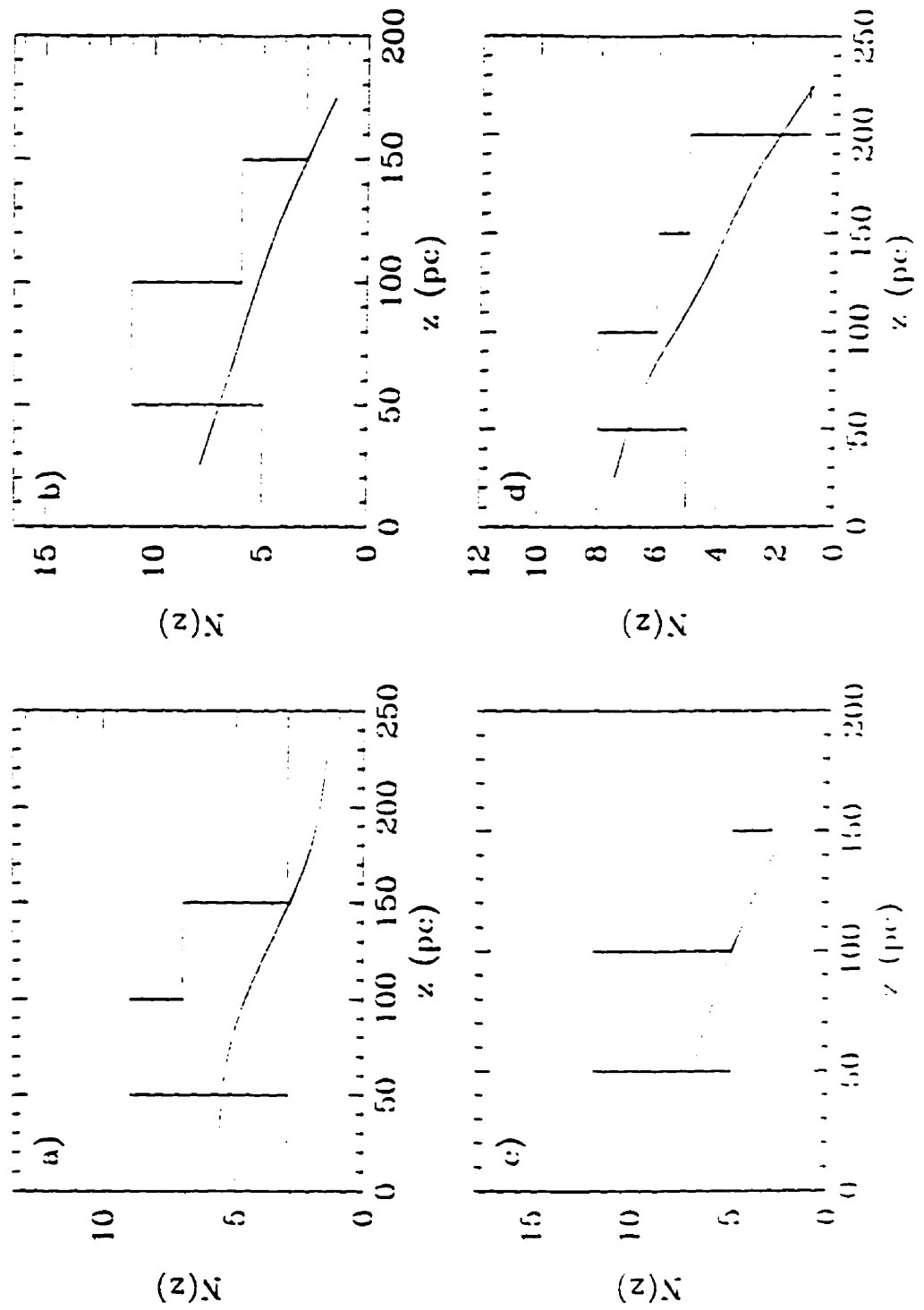


Figure 5

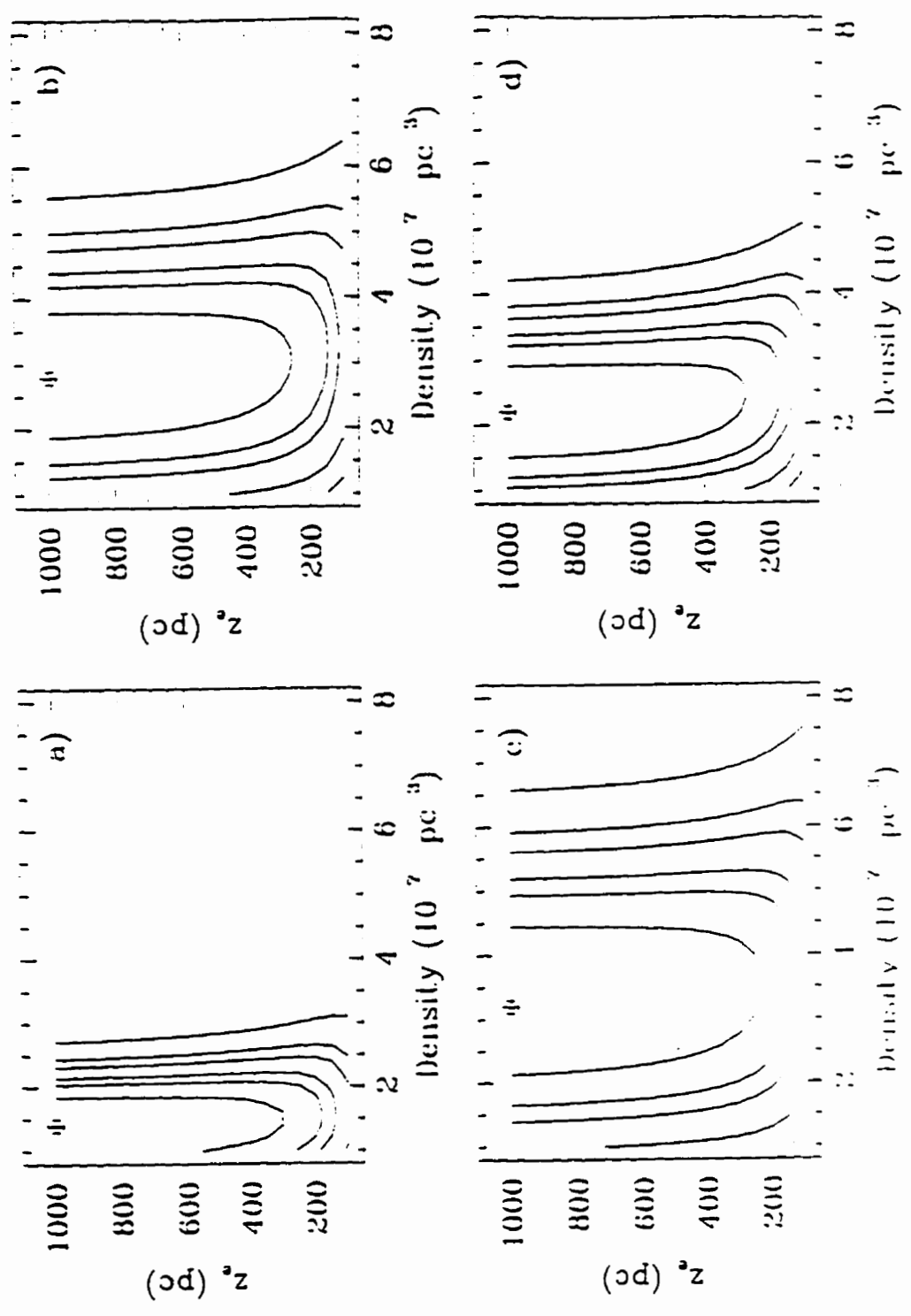


Figure 6

## CHAPITRE 3

### ÉTUDE DES SOUS-NAINES CHAUDES DE TYPE B. XII. LA DISTRIBUTION ET LA DENSITÉ SPATIALE EN DIRECTION DU POLE SUD GALACTIQUE<sup>1</sup>

B. Villeneuve<sup>2</sup>

Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ.  
Centre-Ville, Montréal, Québec, Canada H3C 3J7

villeneu@astro.umontreal.ca

*Reçu:*

*accepté:*

---

<sup>1</sup> Travail basé sur des observations réalisées à l'observatoire Inter-Américain de Cerro Tololo, une division du NOAO.

<sup>2</sup> Adresse permanente: Collège André Grasset, 1001 Crémazie est, Montréal, Québec, Canada H2M 1M3

## RÉSUMÉ

Nous avons évalué la hauteur caractéristique et la densité spatiale des étoiles sdB et sdOB riches en hydrogène. Ces nouveaux résultats se basent sur l'analyse de la distribution spatiale d'un échantillon de départ de 186 étoiles tirées du Montréal-Cambridge-Tololo survey (MCT) réparties dans une région du ciel couvrant 2600 degrés carrés en direction du pôle sud galactique. Suite à la détermination des paramètres atmosphériques par l'analyse de 203 spectres MCT, nous avons constitué un échantillon statistiquement complet de 123 étoiles dont la magnitude apparente  $m_B$  est comprise entre 12,5 et 16,0. En utilisant le test  $V'/V'm$  ainsi qu'une méthode permettant de déterminer simultanément la meilleure combinaison  $Do$ ,  $z_e$  reproduisant la distribution  $N(z)$  observée, nous avons obtenus

$$z_e = 550 \pm 100 \text{ pc}$$

$$Do = 3,5 \pm 1,5 \times 10^{-7} \text{ étoile/pc}^3$$

Ces résultats sont tout à fait compatibles avec ceux des études récentes de Villeneuve et al. (1995a et 1995b) qui trouvaient des densités respectives de  $3 \pm 1 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup> et  $3,8 \pm 1,7 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. La détermination de la hauteur caractéristique de Villeneuve et al. (1995a) était de  $z_e = 450 \pm 150$  pc. La comparaison avec d'autres études indépendantes est effectuée de façon à valider ces résultats

## 1. INTRODUCTION

Villeneuve et al. (1995a, ci-après désigné comme l'Article I) ont récemment procédé à une nouvelle étude de la distribution spatiale des sous-naines chaudes et riches en hydrogène (sdB). Cette analyse a porté sur un échantillon de 209 étoiles situées en direction du pôle nord galactique et tirées du Palomar-Green survey (PGS) (Green et al. 1986). C'est à partir de données provenant d'observations photométriques que l'Article I obtient des valeurs de  $3 \pm 1 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup> pour la densité spatiale et de  $450 \pm 150$  pc pour la hauteur caractéristique de la distribution spatiale.

Ces résultats diffèrent de ceux évalués antérieurement. Entre autres, mentionnons Heber et al. 1984, Downes 1986, Heber 1986, Green et Liebert 1987, Reid et al. 1988, Moehler et al. 1990, Bixler et al. 1991 ainsi que Theissen et al. 1993. Dans toutes ces études, on estime la densité spatiale autour de  $1 - 4 \times 10^{-6}$  étoile/pc<sup>3</sup>. La hauteur caractéristique, lorsqu'elle est évaluée, se situe autour de 250 pc. L'Article I passe en revue avec beaucoup de détails les différentes causes à l'origine de ces différences.

A l'exception de l'étude de Downes, toutes les autres mentionnées ici portent sur des étoiles situées à haute latitude galactique. A cause de cela, les valeurs de la densité qu'elles obtiennent sont directement affectées par la valeur choisie ou évaluée pour la hauteur caractéristique. Villeneuve et al. (1995b, l'Article II) ont réévalué la densité spatiale des sdB à partir de données photométriques d'étoiles détectées par Downes. Ces étoiles ont l'importante particularité d'être distribuées au sein du disque de notre galaxie. Ainsi, la valeur de la densité spatiale qu'on obtient en les analysant ne dépend pas de la hauteur caractéristique de la distribution. Le résultat de  $3,8 \pm 1,7 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup> obtenu par l'Article II vient confirmer celui de l'Article I.

Les différences entre ce résultat et celui obtenu par Downes (1986) qui a analysé le même échantillon d'étoiles s'expliquent par un écart de plus d'une unité sur les estimés de la valeur moyenne de la magnitude absolue visuelle des sdB. Cet écart vient en grande partie du traitement complexe des effets de l'extinction interstellaire qu'on retrouve dans le plan de la galaxie.

Toutes les études mentionnées plus haut qui portent sur des étoiles situées à haute latitude galactique ont ceci de commun qu'elles sont basées en tout ou en partie sur l'analyse de sous-échantillons tirés du PGS. Seule l'étude de Heber (1986) fait exception. Elle traite un sous-échantillon de 12 étoiles tirées du survey SB de Slettebak et Brundage (1971). Le SB couvre une région de 840 degrés carrés centrée sur le pôle sud galactique. Cela contraste avec les 10 714 degrés carrés que couvre le PGS autour du pôle nord galactique. Ainsi, la distribution spatiale des sdB trouvées dans la région du pôle sud galactique n'a été que très peu étudiée.

Bien que pour des raisons de symétrie, on s'attend à ce que la distribution spatiale des sdB soit semblable des deux cotés du disque de la galaxie, il n'en demeure pas moins que l'étude du coté sud est importante à réaliser. D'une part, il est important de voir comment les résultats obtenus du coté sud se comparent à ceux des Articles I et II. D'autre part, une telle étude serait nécessairement réalisée à partir d'un échantillon radicalement différent de tous ceux utilisés jusqu'ici. Si des effets systématiques se trouvent cachés au sein du PGS, il serait possible de les mettre en lumière. De plus, rappelons que les résultats des Articles I et II sont basés sur une méthode qui repose sur l'analyse de simples observations photométriques.

L'étude que nous présentons ici est basée sur l'analyse détaillée de spectres. Cette méthode permet en principe de mieux cerner la distribution spatiale. Ainsi, c'est à partir d'un échantillon complètement différent et d'une méthode plus précise que nous

tenterons d'obtenir les valeurs de la densité spatiale et de la hauteur caractéristique des sdB.

Cette nouvelle étude de la distribution spatiale des sdB est rendue possible grâce à l'effort considérable d'observation amorcé par Demers et al. (1986) dans le but de réaliser le Montréal-Cambridge-Tololo survey (MCT). D'une ampleur comparable au PGS, le MCT tente de couvrir 8000 degrés carrés de ciel autour du pôle sud galactique. Nous utiliserons un sous-échantillon de départ de 188 étoiles du MCT plus brillantes que la magnitude photographique  $B = 16$  et réparties sur 2600 degrés carrés.

Dans la section 2, nous procédons à la constitution d'un sous-échantillon statistiquement complet en analysant entre autres, plus de 200 spectres provenant de Lamontagne et al. (1996). Nous présentons ensuite, dans la section 3, l'analyse de la distribution spatiale qui mène à la détermination des valeurs de la densité spatiale et de la hauteur caractéristique. La section 4 est, quant à elle, consacrée aux comparaisons avec d'autres études.

## 2. CONSTITUTION DE L'ÉCHANTILLON COMPLET

### 2.1 Le MCT

Le MCT s'inscrit dans la lignée des grands survey comme le PGS. A l'aide du télescope Curtis Schmidt du Cerro Tololo Inter-American Observatory, Demers et al. (1986) a entrepris d'observer plus de 8000 degrés carrés du ciel autour du pôle sud galactique. Les observations initiales se font à l'aide de plaques photographiques couvrant chacune un champ de 5x5 degrés et exposées de façon à détecter toutes les étoiles plus brillantes que la magnitude  $B = 16,5$ . Chaque plaque donne une image double du ciel; une en couleur  $B$  et l'autre, légèrement décalée, en couleur  $V$ . Les champs contiennent de 7000 à 20 000 étoiles et autres objets astronomiques. Puisque l'objectif de ce survey est de mettre en évidence des étoiles bleues de faibles intensité, les *Faint blue*

*stars* (FBS), seule une minorité des étoiles détectées dans chaque champ sera retenue. La présélection des candidats FBS se fait en retenant toutes les étoiles avec  $U - B < -0,6$ . Ce critère se base sur les caractéristiques connues des étoiles naines blanches et est semblable à celui utilisé par le PGS.

De façon à favoriser la détection du maximum d'objets, un certain recouvrement entre les champs est nécessaire. Cela permet de réduire les effets d'inhomogénéité des plaques qui se manifestent le plus souvent près des bords extérieurs. De plus, pour évaluer la probabilité de détection des objets dans chaque champ, il faut procéder à certaines observations en double. Avec un recouvrement important il est alors possible de comparer les taux de détection d'une observation à l'autre. L'effet de ces procédures de recouvrement est illustré à la figure 1 qui montre la portion du MCT que nous utiliserons dans cette étude. Les champs en gris sont ceux pour lesquels l'identification spectroscopique des FBS plus brillantes que  $B = 16$  a été réalisée. La figure 2 montre une région agrandie qui permet de mieux apprécier les effets du recouvrement entre les différents champs d'observation.



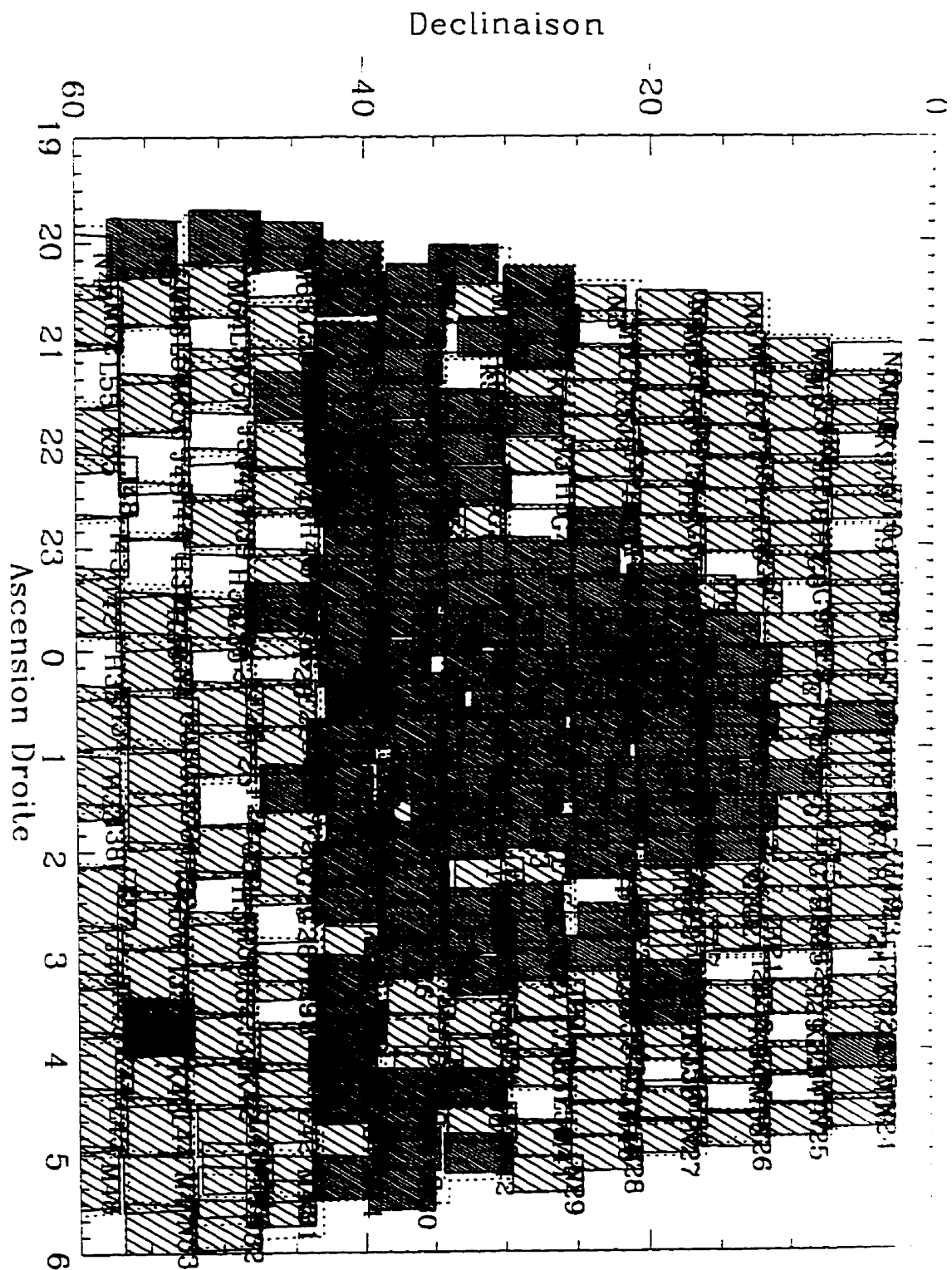


Figure 1. La portion du MCT utilisée dans cette étude.

Seuls les champs en gris ont été retenus. La déclinaison est exprimée en degrés alors que l'ascension droite l'est en heures.

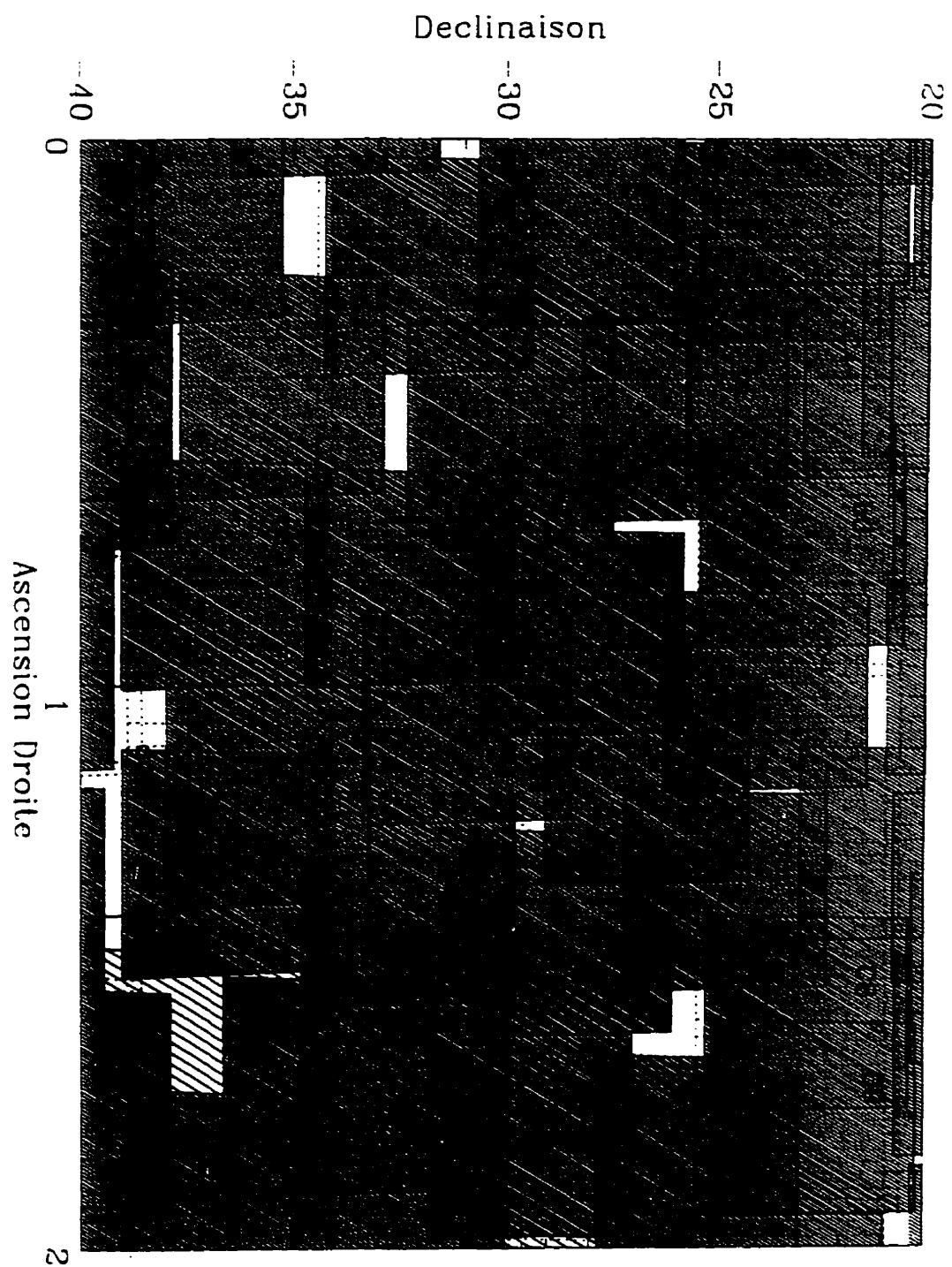


Figure 2. Agrandissement d'une portion du MCT.

## 2.2 Température, gravité et sélection finale des candidats

Une fois les FBS identifiées à partir du critère de couleur, il faut procéder à leur identification spectroscopique. Cette étape nécessite un effort considérable d'observation puisqu'il faut obtenir un spectre pour chaque candidat. Souvent, pour réduire le temps d'observation, on utilise des spectres à faibles rapport signal sur bruit. Ces spectres permettent la classification des FBS à partir de l'inspection visuelle mais ne sont pas appropriés à l'analyse détaillée à l'aide de modèles d'atmosphère. Par contre, et c'est une des caractéristique du MCT, Lamontagne et al. (1996) a obtenu pour chaque candidat plus brillant que  $B = 16$  et membre des champs représentés en gris sur la figure 1, un spectre à rapport signal sur bruit assez élevé pour une détermination quantitative des paramètres atmosphériques.

Le sous-échantillon du MCT considéré ici couvre 2619 degrés carrés répartis en 137 champs. L'inspection visuelle des spectres par Lamontagne et al. révèle l'existence de 27 sdOB. Des spectres sont disponibles pour 25 d'entre elles alors que les deux autres ont été préalablement identifiées et analysées par Hunger et al. (1981). On retrouve aussi 159 sdB. Des spectres sont disponibles pour 157 d'entre elles alors que les deux autres ont été préalablement identifiées et analysées par Hunger et al. (1981). Certains spectres ont été obtenus en double. On dispose en fait de 203 spectres MCT pour 182 étoiles. L'échantillon total comporte donc 186 étoiles.

L'inspection visuelle des spectres du PGS a mis en évidence un total de 684 sdB et sdOB plus brillantes que  $B = 16$  réparties sur 10 714 degrés carrés. Une simple règle de trois nous indique qu'au même taux de détection, le MCT devrait en contenir 167. Depuis sa publication en 1986, le PGS a fait l'objet de nombreuses études touchant la qualité de sa classification. Saffer (1991) a montré que seules 68 des 92 étoiles du PGS qu'il a étudié et qui avaient été classée au départ comme sdB ou sdOB en étaient vraiment. Ce résultat provient de l'analyse à l'aide de modèles

d'atmosphères et de nouveaux spectres à haut rapport signal sur bruit. Si on suppose que la classification par inspection visuelle des étoiles du MCT est de qualité comparable à celle du PGS, on devrait n'avoir que 124 étoiles de type sdB ou sdOB au sein de notre échantillon.

Ces calculs simples montrent que notre échantillon de 186 étoiles est probablement trop abondant. Pour établir la constitution finale de notre échantillon, nous allons exploiter la grande qualité des spectres de Lamontagne et al. (1996) et procéder à une reclassification des 186 étoiles à partir de l'analyse détaillée de chacun des spectres. Pour ce faire, nous utilisons une méthode de minimisation du chi carré ( $\chi^2$ ) développée par Bergeron (1996) et qui permet de déterminer simultanément la température effective ( $T_e$ ), la gravité de surface ( $\log g$ ) ainsi que l'abondance en hélium ( $y = \log N(\text{He})/N(\text{H})$ ) en comparant les profils des raies observés à ceux calculés à l'aide de modèles d'atmosphères. Les raies considérées dans chaque cas sont les raies de l'hydrogène:  $\text{H}\beta$  ( $\lambda = 4861.32 \text{ \AA}$ ),  $\text{H}\gamma$  ( $\lambda = 4340.46 \text{ \AA}$ ) et  $\text{H}\delta$  ( $\lambda = 4101,73 \text{ \AA}$ ) ainsi que les raies de l'hélium:  $\text{HeI } 4471$  ( $\lambda = 4471.45 \text{ \AA}$ ) et  $\text{HeII } 4686$  ( $\lambda = 4686.29 \text{ \AA}$ ). La température effective et la gravité de surface s'obtiennent de la comparaison simultanée des trois raies de l'hydrogène; l'abondance d'hélium de la comparaison des deux raies d'hélium.

La grille de modèles à partir de laquelle les caractéristiques des spectres synthétiques sont interpolées couvre un vaste éventail de conditions physiques typiques des sdB. En température, elle comprend des modèles de  $T_e = 20\,000\text{K}$  à  $50\,000\text{K}$  par sauts de  $5000\text{K}$ . En gravité de surface,  $\log g$  varie de 4,5 à 6,0 par sauts de 0,5 tandis que  $y$  varie de -1,5 à -3,5.

Cette analyse détaillée nous a conduit à rejeter 54 des 186 étoiles. Les paramètres physiques ainsi que la nouvelle classification suggérée pour ces étoiles sont présentés au tableau 1. La figure 3 présente deux exemples extrêmes de rejets. En 3a), on a affaire à une naine blanche et le rejet est clair. Le spectre

présenté en 3b) est par contre beaucoup plus bruyant que le précédent. La température effective obtenue suggère qu'on est vraisemblablement en face d'une sdO. En plus de ce cas, il n'y a que trois autres spectres dont le niveau de bruit rend difficile la classification. Dans ces cas, la valeur estimée de  $y$  étant supérieure à celle de l'abondance solaire, nous y trouvons une justification au rejet.

Les critères sur lesquels nous avons fondé notre sélection reposent sur la connaissance établie des caractéristiques des sdB et sdOB riches en hydrogène qui constituent la population dont nous voulons étudier la distribution spatiale. Un premier critère de rejet est lié à la valeur de  $y$ . Dès que l'abondance estimée en hélium atteint ou dépasse celle du Soleil, on n'a plus affaire à une étoile riche en hydrogène et le candidat est rejeté. Un deuxième critère est tiré de Greenstein et Sargent (1974) ainsi que de Saffer et al. (1994) qui ont caractérisé le lien entre la température effective et la gravité de surface des sdB et sdOB par une relation du type

$$\log g \theta^4 = k \quad (1)$$

où  $\theta$  est donné par  $5040/Te$ . Ces deux études établissent respectivement la valeur de la constante  $k$  à 2,3 et 2,6. Finalement, les positions de la série principale, de la branche horizontale et de la série principale à l'hélium dans un diagramme  $\log g - Te$  comme celui de la figure 5 de Saffer et al. (1994) permettent de compléter les critères d'exclusion des candidats.

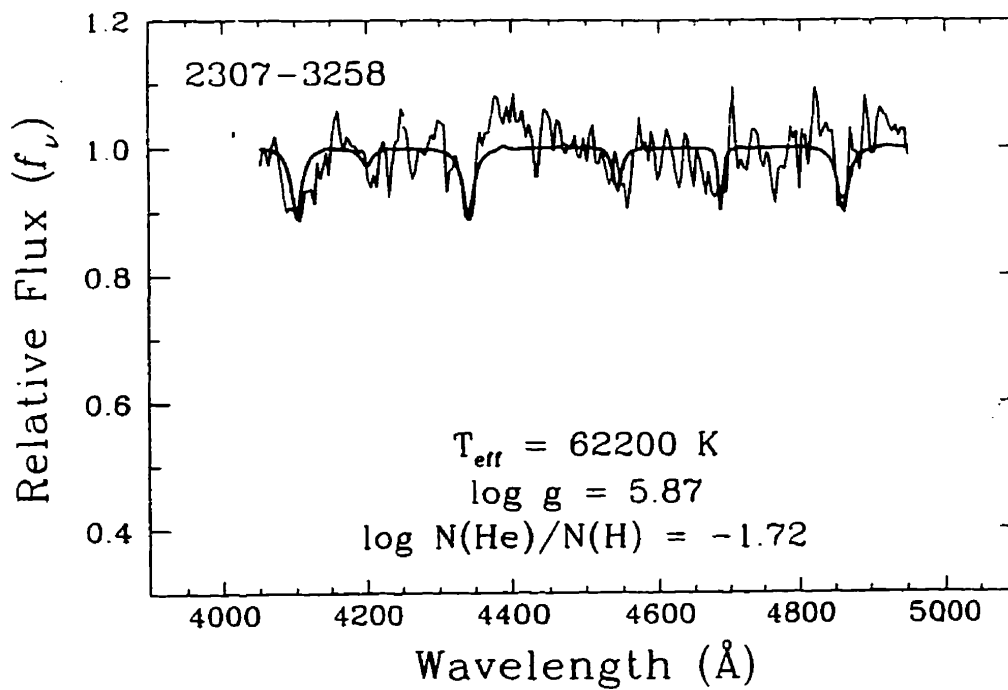
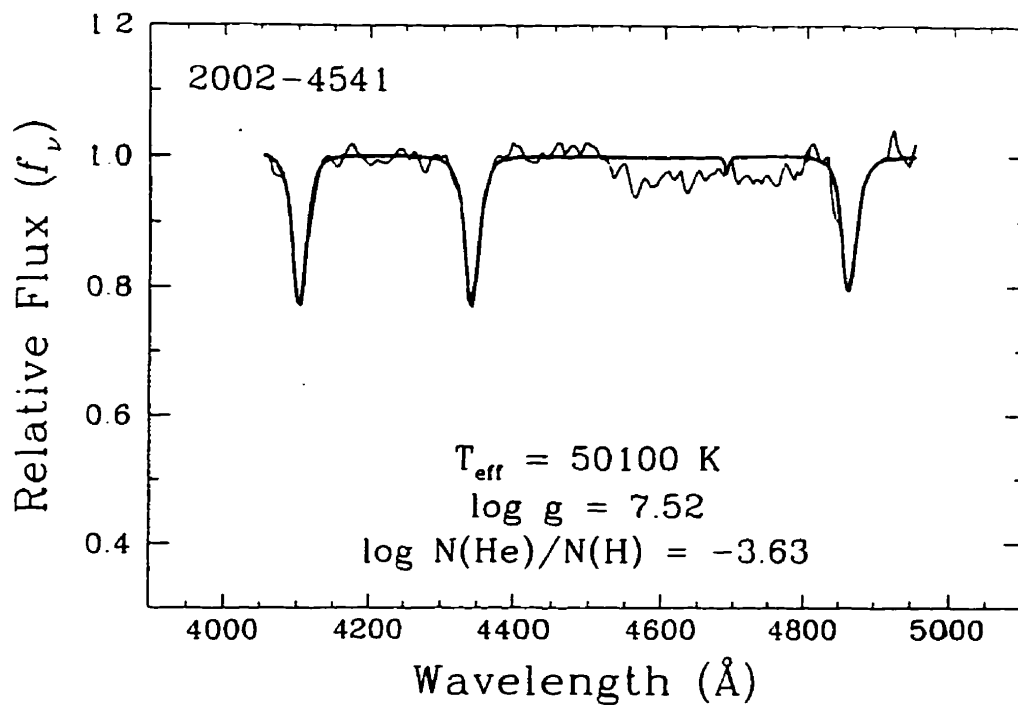


Figure 3. Spectres rejetés.

- a) En haut, MCT 2002 - 4541 a été classifiée naine blanche.  
b) En bas, MCT 2307 - 3258 a été classifiée sdO.

TABLEAU 1. LISTE DES CANDIDATS REJETÉS

MCT	$T_e$	$\log g$	$y$	Remarque
2201-3447	50 700	7,61	-1,21	WD
2117-3711	58 500	6,68	-1,84	sdO ou WD
2307-3258	62 200	5,87	-1,72	sdO
0031-2724	37 700	6,62	-1,85	sdO
0302-3328	59 300	5,99	-0,38	sdO (He)
0322-7349	61 300	8,20	-2,55	WD
1953-4332	45 300	6,44	-2,61	sdO
2002-4541	50 100	7,52	-3,63	WD
2009-4359	38 000	7,24	-2,84	WD
2030-4241	28 000	3,20	-4,63	B
2048-4057	47 500	6,52	-2,09	sdO
2055-3552	27 400	4,10	-4,80	B
2056-3543	29 000	3,50	-5,04	B
2104-3818	54 000	6,91	-1,24	sdO
2108-4052	30 000	6,50	-2,29	sdO
2110-4027	35 000	7,00	-2,73	WD
2112-3842	19 500	4,40	-1,40	HB
2113-4134	37 900	7,32	-2,95	WD
2117-4500	31 900	4,1	-1,52	B
2118-4026	39 700	7,27	-2,60	WD
2139-2930	31 600	4,25	-2,75	B
2141-4304	42 400	7,55	-3,60	WD
2147-3103	28 900	3,61	-1,76	B
2150-3517	33 500	6,24	-2,28	sdO
2154-4143	43 300	7,27	-4,61	WD
2214-3902	53 200	7,87	-1,29	WD
2230-4000	41 600	6,58	-1,97	sdO
2329-2909	37 200	6,6	-1,83	sdO
2331-7354	30 400	4,10	-1,84	B
2338-6930	16 100	3,61	-2,30	B
2349-3135	44 600	7,55	-3,80	WD
2355-3221	41 100	7,70	-2,74	WD
2359-3556	41 200	7,32	-2,60	WD
0003-3509	41 400	6,90	-2,77	sdO ou WD
0007-2212	41 000	7,20	-3,44	WD
0016-3212	43 500	5,20	-0,40	He + bruit
0016-3216	39 100	6,60	-1,67	sdO
0025-3842	38 600	6,40	-2,39	sdO
0031-1837	36 700	3,7	+0,22	He +bruit

MCT	$T_e$	$\log g$	$y$	Remarque
0033-1929	18 600	3,80	-5,20	HB
0048-2016	42 700	7,40	-2,86	WD
0049-3059	38 600	7,11	-4,30	WD
0111-1526	38 200	5,00	-0,02	He
0119-4028	33 200	6,40	-1,82	sdO
0127-4325	31 000	6,00	-2,94	sdO
0149-6930	22 300	3,66	-1,67	B
0231-3441	35 300	6,10	-0,82	sdO
0451-3706	42 300	5,60	-0,37	He
0450-3735	37 800	6,30	-0,70	sdO
0450-3922	26 100	5,11	-0,70	He
0500-3516	32 800	6,70	-2,51	sdO
2002-3926	43 900	5,0	-0,75	He + bruit
0123-3330	40 300	6,52	-1,18	sdO
0422-7116	31 200	6,33	-2,77	sdO



C'est ainsi qu'on a dénombré 12 étoiles appartenant soit à la série principale ou à la branche horizontale, 26 reclassifiées sdO en vertu de leur abondance élevée en hélium ou de la valeur trop élevée de leur gravité de surface par rapport à leur température effective. Finalement, on a dénombré 16 naines blanches pour un total de 54 rejets.

Notre sous-échantillon final comprend donc 132 étoiles. Ce nombre est davantage conforme aux estimés obtenus plus haut par la projection des données du PGS. Les paramètres physiques estimés de même que les distances qui nous en séparent sont présentés au tableau 2 de la section suivante qui est dédiée à l'étude de la distribution spatiale. Les figures 4 et 5 illustrent toutefois quelques uns des spectres analysés ici.

La figure 4 montre deux spectres différents de MCT 2351-3647. En 4a) on présente le spectre le plus bruyant qui, en raison même de son apparence, a été réobtenu dans de meilleures conditions (4b)) par Lamontagne et al. (1996). Dans le premier cas il est clair que les conditions photométriques d'observation n'étaient pas les meilleures. On notera par contre que l'analyse spectroscopique des profils de raies donne une solution pour la figure 4a) qui est tout à fait consistante avec celle de la figure 4b). On dispose ainsi de 21 spectres obtenus en double dans le but d'améliorer le rapport signal sur bruit. Dans certains cas, les résultats obtenus par l'analyse du spectre le plus bruyant sont tout simplement rejetés. Dans le cas présenté ici, nous avons retenu pour cette étoile la valeur moyenne des paramètres estimés.

Les figures 5 a) à d) présentent 4 spectres typiques avec des valeurs croissantes de la température effective. Ces quelques figures illustrent la qualité générale des spectres mis à notre disposition par Lamontagne et al. (1996).

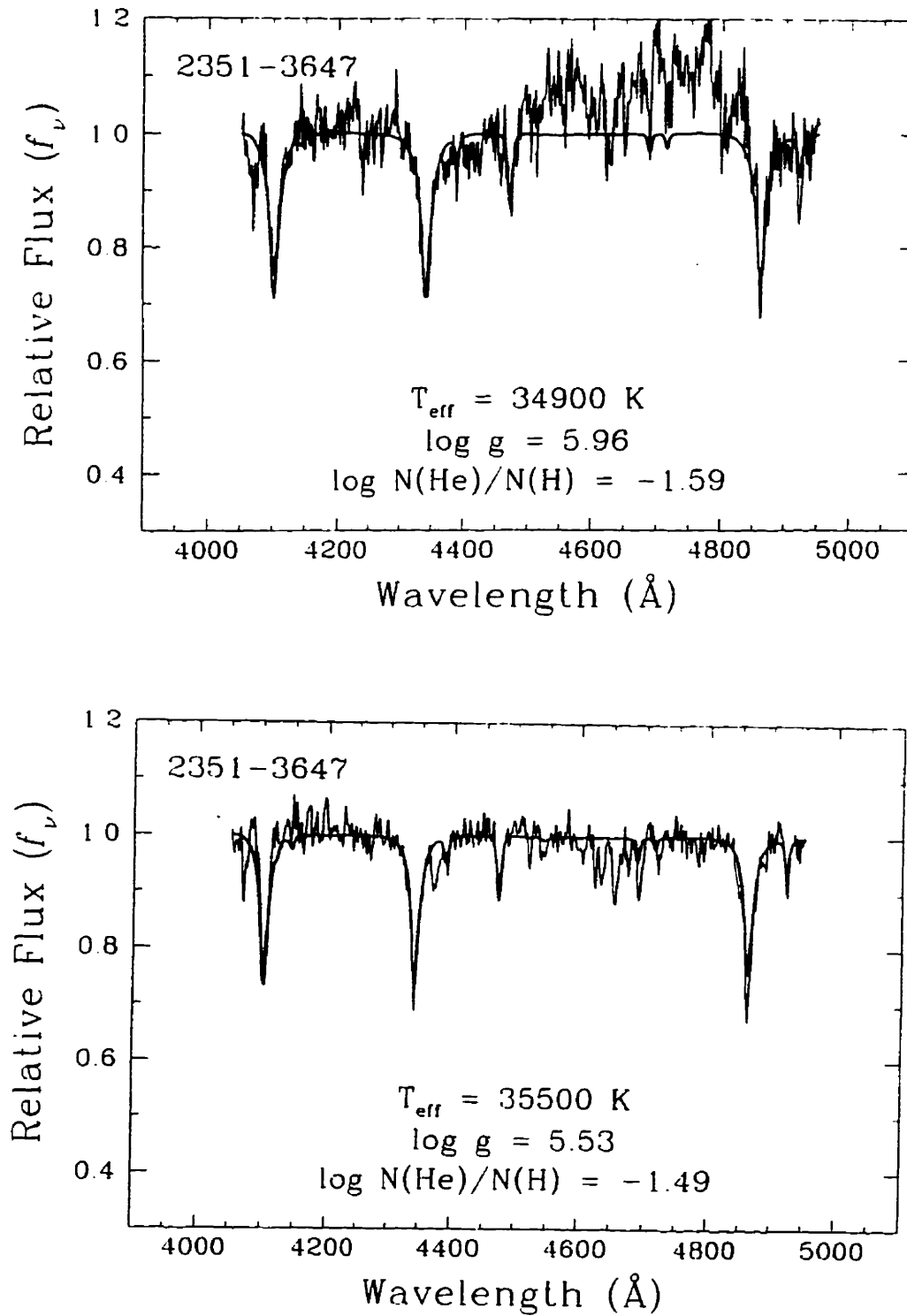


Figure 4. Paire de spectres obtenus pour une même étoile.

a) En haut, MCT 2351 —3647 spectre un peu bruyant.

b) En bas, MCT 2351 —3647 spectre de meilleure qualité.

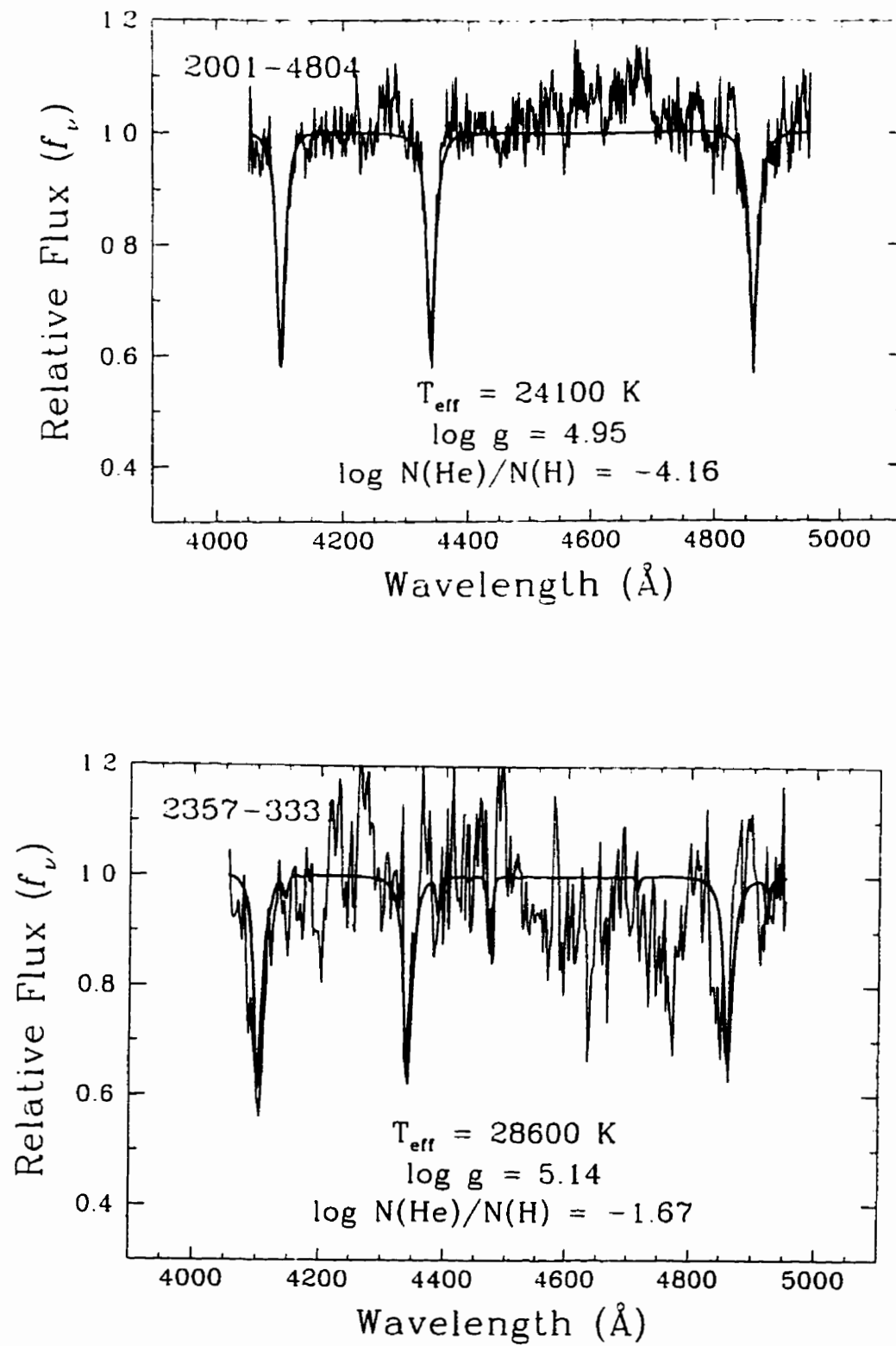


Figure 5. Spectres d'étoiles retenues au sein du sous-échantillon.

a) En haut, MCT 2001 —4804.

b) En bas, MCT 2357 —3331

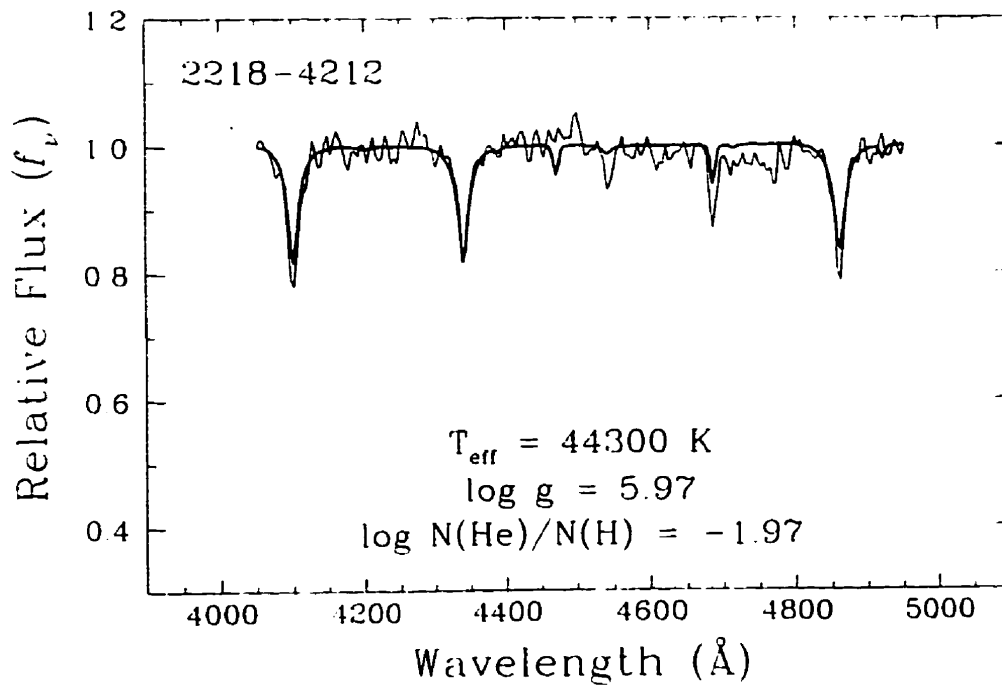
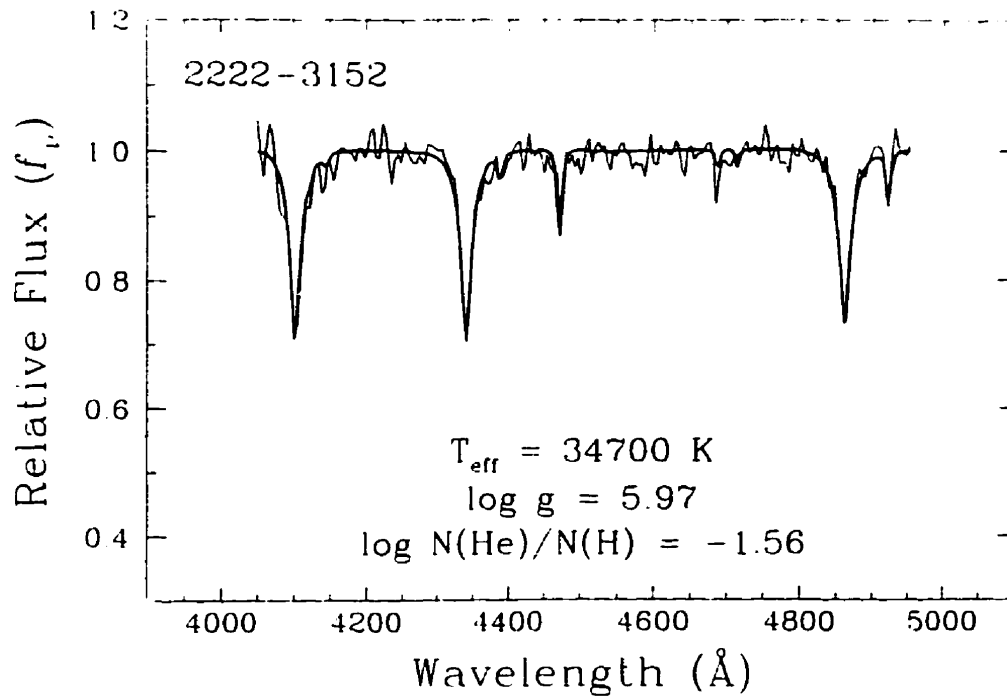


Figure 5. Spectres d'étoiles retenues au sein du sous-échantillon.

c) En haut, MCT 2222 —3152.

d) En bas, MCT 2218 —4212

Le nombre d'étoiles retenues au sein de notre sous échantillon est consistant avec les statistiques du PGS. Au delà de cette observation satisfaisante, nous avons procédé à l'évaluation de la valeur moyenne de la constante donnée par l'équation (1) à partir de nos propres données de température effective et de gravité de surface. Nous obtenons une valeur de 2,3 avec un écart type de 0,4. La valeur de  $k$  est identique à celle obtenue par Greenstein et Sargent (1974). Par contre, l'écart type est supérieur à celui de 0,2 obtenu par Saffer et al. (1994). La figure 6 illustre sous la forme d'un histogramme la répartition des valeurs individuelles de  $k$  que nous obtenons pour les 132 étoiles retenues. On constate que notre distribution traîne une queue à plus basse valeur de  $\log g\theta^4$  que celle de Saffer et al. (1994).

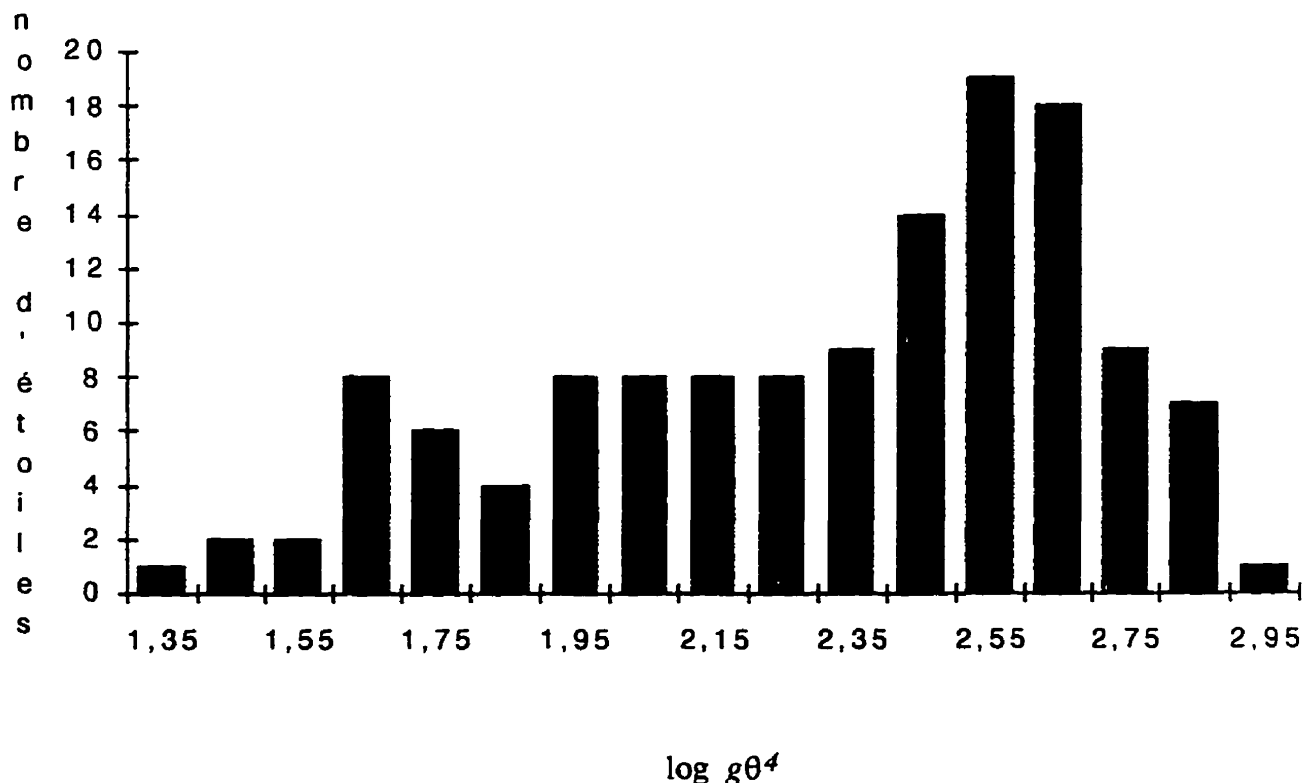


Figure 6 La distribution de la valeur obtenue de  $\log g\theta^4$  pour notre sous-échantillon.

Une autre façon d'examiner l'ensemble du sous-échantillon et d'évaluer sa consistance est de porter tous nos estimés au sein d'un diagramme  $\log g - Te$ . La figure 7 illustre un tel diagramme en plus de présenter à l'aide d'un trait épais la forme de la relation obtenue à l'aide de l'équation (1) avec  $k = 2,3$  et, à l'aide d'un trait mince, la relation obtenue avec  $k = 2,6$ .

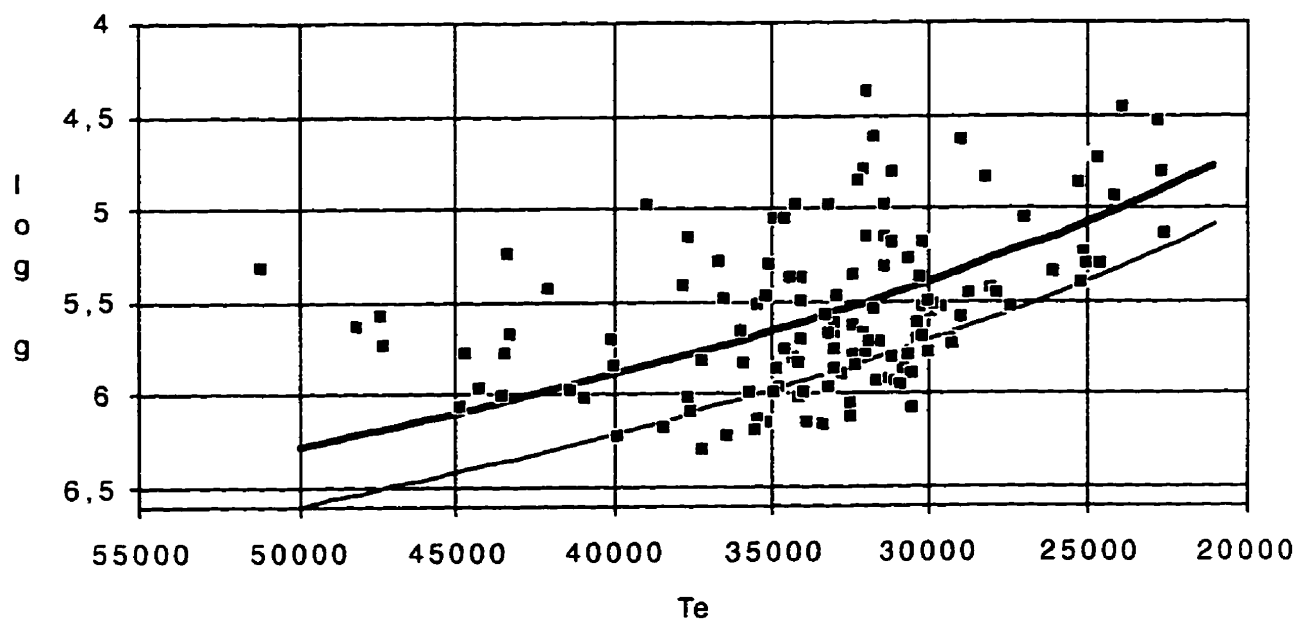


Figure 7. Le diagramme  $\log g - Te$  pour notre sous-échantillon. En trait gras, la relation donnée par l'équation (1) avec  $k = 2,3$ . En trait fin, la même relation avec  $k = 2,6$ .

Ce portrait d'ensemble de notre sous-échantillon révèle un comportement global qui se situe tout à fait dans la lignée de ceux tracés depuis Greenstein et Sargent (1974) jusqu'à celui plus récent de Saffer et al. (1994).

### 3. LA DISTRIBUTION SPATIALE

#### 3.1 La détermination de la distance

Pour étudier la distribution spatiale, il nous faut déterminer la distance  $d$  qui nous sépare de chacune des 134 étoiles que nous avons retenu. Pour y arriver, nous égalons simplement  $f_B$ , l'énergie reçue au dessus de l'atmosphère de la Terre par seconde et par unité de surface dans la bande  $B$  ( $\lambda = 4400 \text{ \AA}$ ), à l'énergie émise chaque seconde par l'étoile dans cette même bande:  $4\pi r^2 F_B$ , divisée par  $4\pi d^2$ . La valeur de  $f_B$  est obtenue à partir de la magnitude apparente  $m_B$  contenue dans les données du MCT et de la relation de calibration de Bessel (1979) qui donne  $m_B = 0,0$  pour un flux de  $4,26 \times 10^{-20} \text{ erg/(s Hz cm}^2\text{)}$ . On obtient  $4\pi r^2 F_B$  en deux étapes. On détermine le flux  $F_B$  à la surface de l'étoile à partir des paramètres atmosphériques estimés et des modèles d'atmosphères de Wesemael et al. (1980). Puis, on détermine la surface  $4\pi r^2$  de l'étoile à partir de la gravité de surface estimée et d'une valeur unique de la masse de l'étoile  $M$  fixée à 50% de la masse de notre Soleil comme dans l'Article I. On obtient finalement  $d$  par:

$$d = [ G M F_B / g f_B ]^{1/2} \quad (2)$$

Une fois la distance connue, nous pouvons évaluer  $z$ , la hauteur au dessus du plan de la galaxie par

$$z = d \sin b \quad (3)$$

où  $b$  représente la latitude galactique. De plus, nous pouvons évaluer  $M_B$  la magnitude absolue dans la bande  $B$  par:

$$M_B = m_B + 5 - 5 \log d \quad (4)$$

Cette équation ne tient pas compte des effets de l'extinction causée par la matière interstellaire. Par contre, nous pouvons l'utiliser sans crainte puisque toutes nos étoiles se retrouvent à de

hautes latitudes galactiques, hors de portée de l'effet de la matière interstellaire qui est concentrée dans le plan de la galaxie.

Le tableau 2 présente la magnitude apparente  $m_B$ , la température effective  $T_e$ ,  $\log g$ , la distance  $d$ , la magnitude absolue  $M_B$  de même que la hauteur  $z$  au dessus du plan de la galaxie.

La figure 8 illustre la distribution spatiale  $N(z)$  obtenue sous la forme d'un histogramme représentant le nombre d'étoiles comprises entre 0 et 200 pc, entre 200 et 400 pc et ainsi de suite.

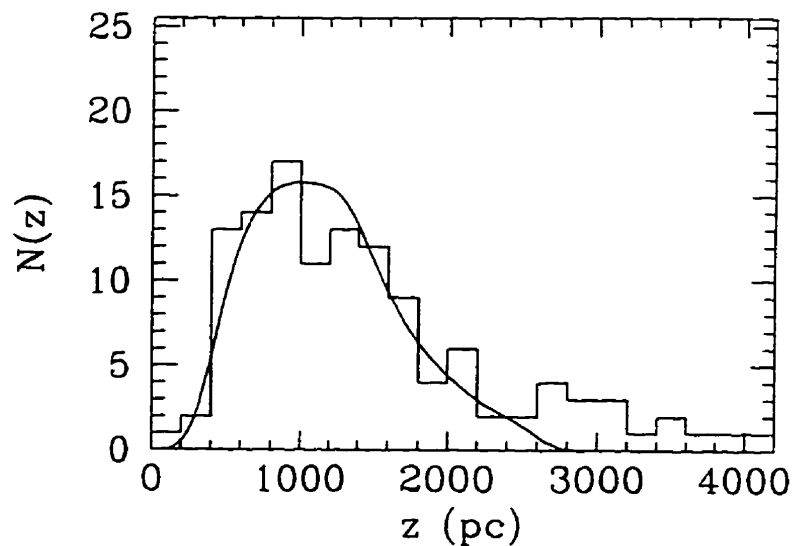


Figure 8. La distribution spatiale  $N(z)$  de notre échantillon.



TABLEAU 2. PARAMETRES PHYSIQUES

MCT	$m_B$	$T_e$ (K)	$\log g$	$d$ (pc)	$M_B$	$z$ (pc)
2110-4020	15.91	34200	5.82	2040	4.36	1400
2155-3349	15.23	43200	5.68	2090	3.62	1660
2218-4212	14.59	44200	5.97	1130	4.31	940
2222-3152	13.60	34700	5.97	600	4.71	500
2306-3946	15.66	34100	5.84	1760	4.42	1600
2324-2911	14.29	32400	5.64	1120	4.04	1060
2350-3026	12.10	35800	5.84	350	4.32	340
2350-1725	14.42	39900	5.86	1120	4.16	1080
2351-3647	14.64	35400	5.53	1640	3.57	1580
2357-2221	15.00	36400	6.23	880	5.26	860
2357-3331	15.85	35100	6.16	1380	5.15	1340
0010-4236	15.78	37500	6.11	1490	4.90	1430
0013-3645	14.90	44600	5.79	1620	3.84	1590
0023-2114	13.55	37100	6.30	420	5.40	420
0046-2139	15.32	42000	5.44	2860	3.04	2840
0101-2707	14.98	34000	5.72	1480	4.11	1480
0104-3336	13.72	32300	5.79	720	4.41	720
0123-2808	15.81	31300	5.33	3140	3.32	3110
0131-1959	15.78	33000	5.68	2160	4.10	2110
0146-2651	12.69	30000	5.50	580	3.86	560
0222-3641	15.47	40000	5.71	2170	3.78	2010
1942-5120	15.82	22600	4.82	4190	2.70	2040
1948-5022	15.85	24700	4.73	5120	2.30	2550
1951-5250	15.95	29900	5.78	1890	4.57	960
1951-5652	14.91	31300	5.16	2520	2.90	1300
1959-5623	15.22	32400	5.36	2370	3.34	1260
1959-4931	15.93	29200	5.72	1980	4.44	1040
2000-5702	14.76	31300	5.00	2830	2.49	1510
2001-4254	15.37	47300	5.58	2640	3.26	1360
2001-4804	14.17	24100	4.95	1790	2.90	940
2003-5404	15.55	22700	4.54	5140	1.99	2770
2004-5310	15.13	30200	5.39	2060	3.56	1110
2005-5112	15.77	34200	4.99	4980	2.28	2690
2006-3440	12.85	51200	5.33	1140	2.56	570
2008-4559	15.30	44800	6.08	1400	4.57	750
2010-5248	12.77	32000	4.80	1450	1.96	800
2012-3050	15.22	31600	4.62	5450	1.54	2760
2014-3402	14.80	30700	5.87	1030	4.72	540
2017-3040	15.36	26000	5.35	2110	3.73	1100
2020-3053	15.22	34500	5.76	1590	4.20	840
2022-3716	11.19	31100	4.81	670	2.05	370
2024-2710	15.11	28000	4.84	3600	2.33	1900
2027-3457	14.99	32000	5.69	1450	4.17	820
2031-2844	15.44	34800	5.86	1590	4.43	880
2039-2336	14.24	31900	5.17	1870	2.88	1040
2054-3823	14.27	25200	5.40	1160	3.94	750
2054-1437	13.07	34900	6.00	450	4.77	250
2055-4222	15.91	25200	4.88	4540	2.62	2970
2056-4157	14.82	37600	5.16	2880	2.52	1890
2057-4308	14.16	30600	5.79	840	4.54	550
2059-1144	15.07	34000	5.38	2270	3.28	1270

MCT	$m_B$	$T_e$ (K)	$\log g$	$d$ (pc)	$M_B$	$z$ (pc)
2103-3251	14.57	33300	6.18	700	5.32	460
2103-2551	15.34	26800	5.05	3010	2.94	1930
2104-3149	15.09	22500	5.15	2040	3.54	1350
2108-3827	15.17	43300	5.25	3370	2.53	2300
2112-3726	13.74	25000	5.26	1070	3.59	740
2114-3429	15.81	30100	5.19	3510	3.08	2430
2128-4214	15.76	33100	4.99	4810	2.35	3510
2136-3514	13.89	37700	5.43	1380	3.19	1030
2137-4221	14.96	24500	5.31	1730	3.76	1300
2137-3727	13.14	34400	5.39	940	3.27	700
2142-3231	16.01	37500	6.03	1810	4.72	1380
2151-2844	15.50	35900	5.66	2110	3.87	1640
2200-4047	15.91	24600	4.75	5160	2.35	4120
2213-4158	15.76	34800	5.06	4660	2.42	3820
2219-4238	15.80	33000	5.63	2330	3.96	1930
2220-3535	15.98	32700	5.90	1840	4.65	1550
2222-3738	14.59	31900	5.79	1070	4.43	900
2233-3157	12.96	33100	5.67	600	4.06	520
2258-3450	13.54	37100	5.82	730	4.20	660
2307-3227	15.51	31000	5.20	3140	3.02	2900
2312-4239	15.71	33100	5.87	1690	4.56	1540
2319-3120	13.91	34000	5.51	1160	3.59	1090
2326-2300	15.79	29100	5.73	1810	4.49	1710
2327-4331	15.41	32900	5.87	1460	4.58	1350
2328-2532	14.27	36500	5.49	1480	3.42	1400
2331-3223	14.13	30400	6.09	580	5.29	550
2333-2431	15.30	31900	4.38	7510	0.92	7170
2336-1842	15.84	27300	5.53	2220	4.10	2100
2337-2944	14.51	32900	5.49	1500	3.62	1440
2340-2806	15.00	30500	5.27	2240	3.24	2160
2341-3443	10.82	31000	5.80	180	4.51	170
2342-1545	15.54	39800	6.22	1240	5.07	1170
2343-2944	14.97	27900	5.43	1690	3.82	1640
2356-2655	13.56	34500	5.07	1650	2.47	1610
2357-1625	14.19	31900	5.73	950	4.29	910
0000-1637	12.86	35100	5.30	920	3.03	890
0002-2648	15.65	31200	5.94	1430	4.87	1400
0008-1245	14.29	23800	4.47	3250	1.73	3100
0009-7335	15.65	28800	4.63	5990	1.76	4120
0017-4149	14.92	43500	6.01	1240	4.44	1200
0018-3653	15.54	48100	5.64	2710	3.37	2650
0028-2729	14.77	47200	5.74	1670	3.65	1660
0029-4054	14.95	35700	6.01	1090	4.75	1060
0029-4741	12.33	30400	5.90	310	4.82	290
0049-2928	15.55	30300	5.70	1740	4.34	1740
0057-3134	15.75	29800	5.56	2210	4.02	2200
0106-3259	12.19	25000	5.30	490	3.70	490
0107-1423	12.77	43400	5.79	590	3.88	580
0107-3416	14.20	32300	5.85	840	4.57	830
0109-2629	13.01	28600	5.47	670	3.86	670
0109-5113	14.75	35400	6.14	850	5.10	770
0140-3555	14.83	30100	5.54	1500	3.95	1450

MCT	$m_B$	$T_e$ (K)	$\log g$	$d$ (pc)	$M_B$	$z$ (pc)
0140-1230	15.41	28800	5.59	1770	4.16	1670
0141-2420	11.61	34000	6.00	220	4.83	220
0142-2214	14.21	41300	5.98	900	4.42	880
0154-0710	15.79	29500	5.53	2310	3.97	2090
0155-3710	14.55	38900	4.99	3190	2.03	3050
0157-1743	11.65	29700	5.52	350	3.92	330
0207-1824	13.06	31500	5.73	560	4.31	520
0218-3437	13.49	30100	5.70	670	4.34	630
0221-3250	14.50	27800	5.47	1310	3.91	1220
0226-1841	15.51	38300	6.18	1230	5.05	1130
0230-4323	13.74	33000	5.78	760	4.33	680
0240-3702	14.87	33800	6.16	840	5.23	760
0250-3439	15.94	35500	6.21	1360	5.26	1210
0250-3414	15.69	34100	6.03	1430	4.91	1280
0254-3019	13.74	31700	5.54	950	3.84	840
0321-2956	14.56	35100	5.47	1670	3.44	1390
0324-3114	13.93	33200	5.58	1040	3.84	860
0325-3527	15.97	36600	5.29	4100	2.90	3400
0340-3820	14.66	33100	5.97	930	4.81	740
0353-4024	14.72	31400	5.93	950	4.81	730
0401-4017	14.49	40900	6.03	960	4.56	720
0447-3654	14.36	32400	6.06	720	5.07	450
0449-3748	15.94	32200	4.87	5840	2.11	3690
0452-3654	13.53	30700	5.95	520	4.92	320
0457-2718	15.63	31000	5.81	1650	4.54	950
0458-2945	13.77	31600	5.94	610	4.82	360
0510-4023	14.76	32400	6.12	800	5.24	460
0521-3914	15.58	31800	5.73	1810	4.29	990

Il est intéressant de s'attarder quelque peu aux valeurs moyennes de  $T_e$ ,  $\log g$  et  $M_B$  obtenues pour l'ensemble du sous-échantillon. La valeur moyenne de  $33\ 300\text{K} \pm 5\ 400\text{K}$  pour la température effective est tout à fait typique de la population (Saffer et al. (1994)). Celle de  $\log g$  est de  $5,56 \pm 0,43$ . Cette valeur se situe à mi-chemin des extrêmes identifiés dans l'Article I. L'estimé de Saffer et al. est à la limite supérieure avec  $\langle \log g \rangle = 5,76$  pour 68 étoiles et celui de Moehler et al. (1990) à la limite inférieure avec  $\langle \log g \rangle = 5,25$  pour 37 objets.

La valeur moyenne de la magnitude absolue estimée pour les sdB et sdOB est particulièrement importante et a fait l'objet d'une discussion détaillée dans les Articles I et II. Elle est notamment à l'origine des différences importantes entre les densités spatiales obtenues par Downes (1986) et par l'Article II. Pour pouvoir comparer notre résultat à ceux d'études précédentes, il nous faut tout d'abord transformer notre  $M_B$  en une  $M_V$  (magnitude absolue visuelle). Pour ce faire, on utilisera la valeur moyenne de  $-0,072$  de l'indice photométrique  $b - y$  obtenu par Wesemael et al. (1992) à partir d'un échantillon de 210 sdB et sdOB tirées du PGS. Etant donné que le peu d'extinction interstellaire qui affecte les étoiles du PGS est vraisemblablement comparable à ce qui affecte nos étoiles, nous supposons que la valeur de  $-0,072$  correspond à la valeur intrinsèque de l'indice pour toutes ces étoiles y compris les nôtres. Nous utiliserons aussi l'équation (2a) de l'Article II qui relie l'indice  $B - V$  à l'indice  $b - y$ . Nous obtenons ainsi une valeur moyenne  $\langle B - V \rangle = -0,22$ . Ce résultat, combiné à notre valeur moyenne de  $3,81$  pour  $M_B$ , nous conduit à  $\langle M_V \rangle = 4,03$ . Comme il a été montré dans les Articles I et II, cette valeur est tout à fait typique de la population des sdB et sdOB à l'exception du résultat isolé de Downes (1986) qui obtient  $5,15$ . De plus, notre nouveau résultat se compare aux valeurs moyennes respectives de  $3,77$  et  $3,88$  des Articles I et II.

### 3.2 Le test $V'/V'_m$

Comme il a été montré dans l'Article I, nous supposons que les étoiles ne sont pas distribuées uniformément au sein de la région étudiée et que la densité spatiale  $D$  peut être décrite par l'équation

$$D = D_0 e^{-z/z_e} \quad (5)$$

qui exprime une décroissance exponentielle de la densité avec la hauteur  $z$  au dessus du plan de la galaxie. Cette expression est fonction d'un paramètre inconnu,  $z_e$ , la hauteur caractéristique de la distribution. Pour estimer la densité spatiale  $D_0$ , nous suivons la suggestion de Schmidt (1975) donnée par  $D_0 = \sum 1/V'_m$ , où  $V'_m$  représente le volume pondéré maximum (en  $\text{pc}^3$ ) au sein duquel il aurait été possible de détecter l'étoile. Ce volume varie d'étoile en étoile. En effet, selon l'équation (4), la distance maximale à laquelle on peut détecter une étoile est fixée par la magnitude apparente limite de notre échantillon, ici  $m_B = 16$  et la magnitude absolue  $M_B$  de l'étoile considérée.

Toujours dans l'hypothèse où les étoiles sont distribuées selon l'équation (5), on peut s'assurer que notre échantillon est complet en calculant la valeur moyenne de tous les rapports  $V' / V'_m$  où  $V'$  représente le volume pondéré délimité par la position qu'occupe effectivement l'étoile considérée. Pour un échantillon complet, Schmidt a montré que cette valeur moyenne doit être égale à 0,5. Les volumes pondérés sont défini par:

$$dV' = dV e^{-z/z_e} \quad (6a)$$

$$dV'_m = dV_m e^{-z/z_e} \quad (6b)$$

Il est important de noter qu'il n'est pas possible de déterminer la densité spatiale sans la connaissance préalable de la hauteur caractéristique de la distribution.

Pour déterminer la hauteur caractéristique, nous allons utiliser le test  $V' / V'_m$  en supposant que notre échantillon est complet. Ainsi, la valeur de la hauteur caractéristique qui conduit au résultat recherché de 0,5 sera considérée comme celle décrivant la distribution de notre échantillon. Une fois  $z_e$  connue, on peut évaluer directement  $D_0$ .

Pour éviter l'important problème de complétude de l'échantillon aux magnitudes brillantes rencontré lors de l'étude du PGS, nous allons considérer tous les volumes comme des cônes tronqués dont les limites sont comprises entre les magnitudes  $B = 12,5$  et 16 (Article I). Cette approche réduit le nombre total des étoiles du sous-échantillon final à 123. Avec cette quantité d'étoiles, l'incertitude sur la valeur moyenne du test  $V' / V'_m$  est de 0,03 (Green 1980). La plus petite hauteur caractéristique qui permet d'obtenir une moyenne acceptable de 0,53 est  $z_e = 600$  pc. Avec cette valeur, on obtient une densité spatiale  $D_0 = 3,5 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Ce résultat est essentiellement identique à celui obtenu par l'Article I. La hauteur caractéristique se situe, quant à elle, à la limite supérieure de la valeur de  $450 \pm 150$  pc obtenue dans l'Article I.

### 3.3 La meilleure combinaison $D_0, z_e$

Il est possible de déterminer simultanément les meilleures valeurs de la combinaison  $D_0, z_e$  en utilisant la méthode de minimisation du chi carré développée dans l'Article I. Il s'agit essentiellement de calculer la distribution théorique  $N(z)$  d'étoiles de magnitudes absolues identiques, ici  $M_B = 3,81$ , produite par une combinaison  $D_0, z_e$  donnée qui occupe le même volume que notre échantillon et de la comparer à la distribution observée. Les détails de la méthode sont décrits largement à la section 5.3 de l'Article I.

On obtient comme meilleure combinaison:  $z_e = 500$  pc et  $D_0 = 3,4 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Ces résultats sont tout à fait compatibles avec ceux de la sous-section précédente et avec ceux

des Articles I et II. La figure 9a) illustre la situation de la meilleure combinaison dans l'espace des paramètres  $D_0$  et  $z_e$ . Les courbes de contour délimitent les régions au sein desquelles la probabilité de retrouver la meilleure combinaison passe de 68,3% pour la plus petite région à 90%, 95,4%, 99%, 99,73% et 99,99% pour les régions suivantes. Avec une probabilité de 90%, on peut affirmer que la densité est cernée dans l'intervalle  $2,0 - 5,5 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup> tandis que la hauteur caractéristique occupe l'intervalle de 400 à 650 pc.

La figure 9b) illustre la distribution  $N(z)$  observée sous la forme d'un histogramme ainsi que la distribution théorique la plus probable qui est représentée par une courbe continue.

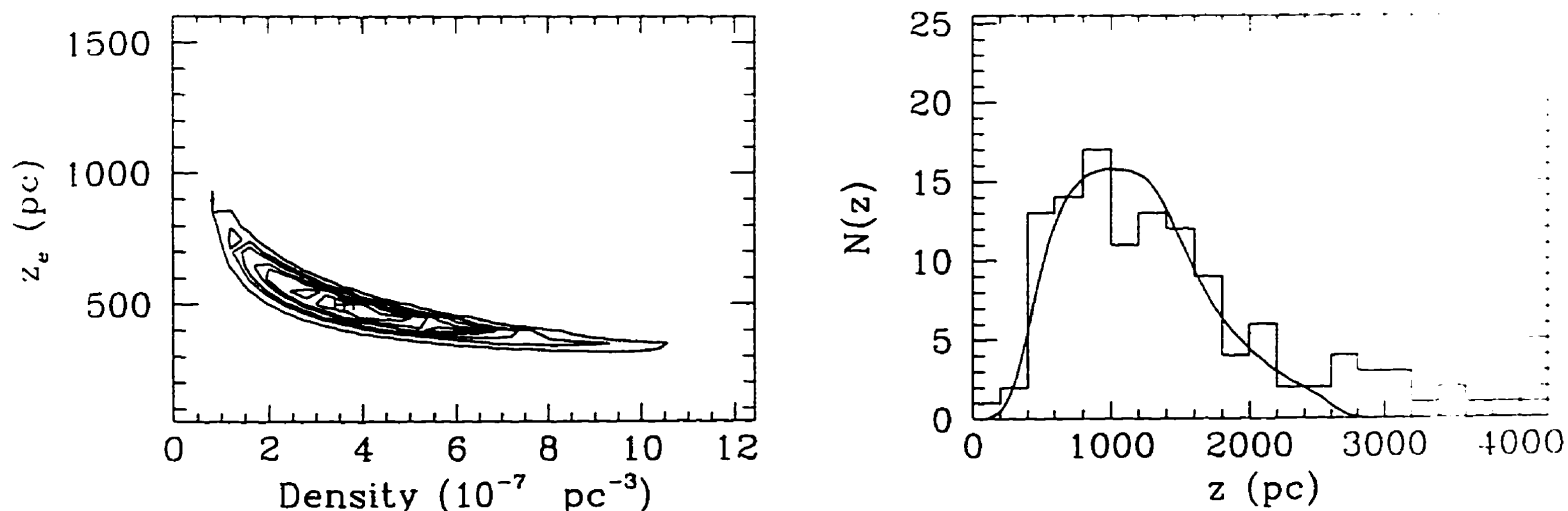


Figure 9. La meilleure combinaison  $D_0$ ,  $z_e$ .

a) A gauche. La meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour représentent les régions de tailles croissantes où la probabilité de retrouver la meilleure combinaison vaut 68,3%, 90%, 95,4%, 99%, 99,73% et 99,99%.

b) A droite. Les distributions  $N(z)$  observée (histogramme) et théorique.

## 4. DISCUSSION ET COMPARAISONS AVEC D'AUTRES ÉTUDES

### 4.1 L'effet de la relation $T_e - g$

Nous avons montré à la section 2.2 que la relation entre la température effective et la gravité de surface des étoiles de notre échantillon (équation (1)) correspond à celle établie par Greenstein et Sargent (1974). C'est cette même relation qui a été utilisée dans les Articles I et II pour attribuer les gravités de surface à partir d'une détermination photométrique de la température effective. Récemment, Saffer et al. (1994) déterminait une relation légèrement différente. On a déjà illustré à la figure 7 les deux relations dans le plan  $\log g - T_e$ . Les calculs effectués dans les Articles I et II comprenaient aussi une séquence pour laquelle la gravité de surface de toutes les étoiles avait été considérée constante avec  $\log g = 5,25$ .

De façon à cerner l'effet de la relation entre la gravité de surface et la température effective sur les paramètres de la distribution spatiale, nous avons refait le test  $V' / V'_m$  de même que le calcul de la densité spatiale par la méthode de Schmidt (1975) en considérant plusieurs relations possibles. Le tableau 3 présente, pour une hauteur caractéristique de 600 pc,  $\langle V' / V'_m \rangle$ , la densité spatiale  $D_0$ , ainsi que  $\langle \log g \rangle$  et  $\langle M_B \rangle$  obtenus pour les séquences suivantes. En premier lieu, on donne les résultats présentés à la section 3.2 et obtenus à partir des valeurs spectroscopiques individuelles de température effective et de gravité de surface (séquence Tg). Ensuite, on utilise les valeurs spectroscopiques individuelles de température effective qu'on insère dans la relation de Saffer et al. (1994) pour déterminer les valeurs individuelles de la gravité de surface (séquence Sa). On répète la même opération en considérant cette fois ci la relation de Greenstein et Sargent (1974) (séquence GS). Pour terminer, on attribue à toutes les étoiles la même valeur de gravité de surface ( $\log g = 5,25$ ) tout en utilisant les valeurs spectroscopiques individuelles de température effective (séquence C).



TABLEAU 3

LE TEST  $V' / V'_m$  POUR  $z_e = 600$  pc

SÉQUENCE	$\langle V' / V'_m \rangle$	$Do$ (pc <sup>-3</sup> )	$\langle \log g \rangle$	$\langle M_B \rangle$
Tg	0,53	$3,5 \times 10^{-7}$	5,56	3,81
Sa	0,47	$4,7 \times 10^{-7}$	5,90	4,67
GS	0,53	$3,0 \times 10^{-7}$	5,56	3,82
C	0,61	$2,3 \times 10^{-7}$	5,25	3,00

La bonne concordance entre les résultats de la séquence Tg et ceux de la séquence GS montrent que l'utilisation d'une relation entre la gravité de surface et la température effective en lieu et place de la détermination spectroscopique de la gravité conduit à une estimation correcte des paramètres de la distribution spatiale. Ce résultat est important car il vient en quelque sorte confirmer que les valeurs obtenues dans les Articles I et II sont de l'ordre de celles qu'on obtient en faisant l'analyse détaillée de spectres à haut rapport signal sur bruit.

Ce fait étant établi, nous pouvons considérer que la séquence Sa est très proche de ce qu'aurait pu obtenir Saffer et al. (1994) en utilisant ses moyens d'analyse sur notre échantillon. On constate que le test  $V' / V'_m$  donne dans ce cas une valeur de 0,47. Quoique contenue dans les limites de l'incertitude de 0,03, la séquence Sa s'accomoderait aussi d'une valeur de  $z_e$  moins élevée que 600 pc. On constate de plus que la densité de Sa est la plus élevée des quatre. Cela s'explique aisément. En attribuant à chaque étoile une gravité de surface plus élevée que pour Tg, Sa obtient des étoiles de plus petites tailles. Avec des températures identiques, cela se traduit par des étoiles globalement moins brillantes et dont la magnitude absolue est plus élevée.

Ultimement, avec des magnitudes apparentes identiques, cela donne des étoiles situées plus proches de nous. Cette proximité accrue de l'ensemble se traduit par une valeur plus élevée de la densité spatiale.

A l'inverse, la séquence C attribue une valeur de la gravité de surface plus petite qui correspond à une taille et une brillance accrue. Cela se traduit par un étalement plus grand de la distribution qui se répercute sur la valeur la plus petite de la densité. La valeur moyenne de  $V' / V'm$  de 0,61 obtenue pour cette séquence est causé par le même effet. Une valeur supérieure à 0,5 est ici produite par un excès d'étoiles situées trop loin de nous et donc caractérisées par des valeurs de  $V'$  trop élevées. Une valeur de 0,5 est envisageable dans la mesure où on augmente sensiblement la valeur de  $z_e$  de façon à augmenter l'étalement des volumes maximum. Cela se traduirait par une diminution de la densité spatiale associée à cette séquence.

Le tableau 4 reprend les mêmes informations à la différence qu'ici une hauteur caractéristique de 250 pc est considérée.

TABLEAU 4

LE TEST  $V' / V'm$  POUR  $z_e = 250$  pc

SÉQUENCE	$\langle V' / V'm \rangle$	$Do$ (pc <sup>-3</sup> )	$\langle \log g \rangle$	$\langle M_B \rangle$
Tg	0,73	$4,1 \times 10^{-6}$	5,56	3,81
Sa	0,64	$3,2 \times 10^{-6}$	5,90	4,67
GS	0,70	$3,3 \times 10^{-6}$	5,56	3,82
C	0,82	$4,2 \times 10^{-6}$	5,25	3,00

La diminution de la valeur de la hauteur caractéristique réduit considérablement les  $V'm$ . L'effet est remarquable sur les

densités. On obtient des valeurs dix fois plus importantes que celles du tableau 3. Par contre, cette augmentation se fait aussi sentir sur le résultat du test  $V' / V'm$  qui s'écarte radicalement de la valeur optimum de 0,5. Cet effet de la hauteur caractéristique sur la densité et sur la valeur idéale associée à un échantillon complet a déjà été mis en évidence par les Articles I et II. C'est sur cette base que ces études en étaient venues à rejeter la valeur de  $z_e = 250$  pc jugée jusque-là comme typique de la population des sdB et sdOB.

Chacune des méthodes d'attribution de la gravité de surface considérées ici produit sa propre distribution spatiale  $N(z)$ . Nous avons cherché à déterminer la meilleure combinaison  $Do, z_e$  de ces distributions en utilisant la méthode présentée à la section 3.3. Le tableau 4 présente les résultats obtenus pour les quatre séquences.

TABLEAU 5.

MEILLEURE COMBINAISON  $Do - z_e$  SELON LA RELATION  $Te - \log g$ 

SÉQUENCE	$Do$ ( $pc^{-3}$ )	$z_e$ (pc)
Tg	$3,4 \times 10^{-7}$	500
Sa	$5,4 \times 10^{-7}$	500
GS	$1,8 \times 10^{-7}$	700
C	$0,6 \times 10^{-7}$	1000

Dans l'ensemble, ces résultats sont en bon accord avec ceux du tableau 3. La séquence Sa se représente avec la densité la plus élevée. La séquence C nécessite comme annoncé une hauteur caractéristique supérieure aux 600 pc utilisés précédemment. Cela a pour effet déjà annoncé de faire chuter la valeur de la densité. Nous interprétons les écarts entre les séquences Tg et GS comme

une mesure du niveau d'incertitude inhérent à ce genre de calculs.

Pour apprécier pleinement ces nouveaux résultats et, en particulier, évaluer l'incertitude sur les combinaisons retenues, il faut examiner les figures 10 et 11. Elles présentent la meilleure combinaison  $D_0, z_e$  dans l'espace des paramètres de même que les distributions  $N(z)$  observées et théoriques. La figure 10a) reprend intégralement la figure 9. En 10b), on est en mesure de constater à quel point la gravité plus élevée associée à la séquence Sa rapproche l'ensemble de la distribution. L'espace délimité par la courbe de contour associée à une probabilité de 90% est plus grand. Si  $z_e$  est comprise entre 400 et 700 pc., ce qui est équivalent au résultat Tg, c'est la densité qui est ici moins bien cernée. Ses valeurs possibles couvrent une plage de  $2,5 - 9,5 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>.

La figure 11 illustre en a) et b), les séquences GS et C. La densité de la séquence GS est bien cernée, entre  $1,5$  et  $2,5 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. La hauteur caractéristique couvre des valeurs entre 500 et 850 pc. La différence fondamentale avec Tg vient du fait qu'on retrouve moins d'étoiles aux extrémités de la distribution. La décroissance est par conséquent amoindrie, ce qui va de pair avec une hauteur caractéristique plus élevée. Une densité plus faible accompagne naturellement la plus grande hauteur caractéristique. La séquence C est celle qui s'écarte le plus des trois autres. Elle le fait selon un comportement qui amplifie celui décrit pour la séquence GS.

Si on se limite aux séquences Tg, Sa et GS, on obtient une valeur moyenne de la hauteur caractéristique de 566 pc et de la densité spatiale de  $3,53 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Ces valeurs moyennes sont conformes à celles obtenues par les Articles I et II de même qu'elles correspondent tout à fait à celles obtenues en ne traitant que la séquence Tg autant avec l'approche statistique qu'en utilisant le test  $V' / V'm$ .

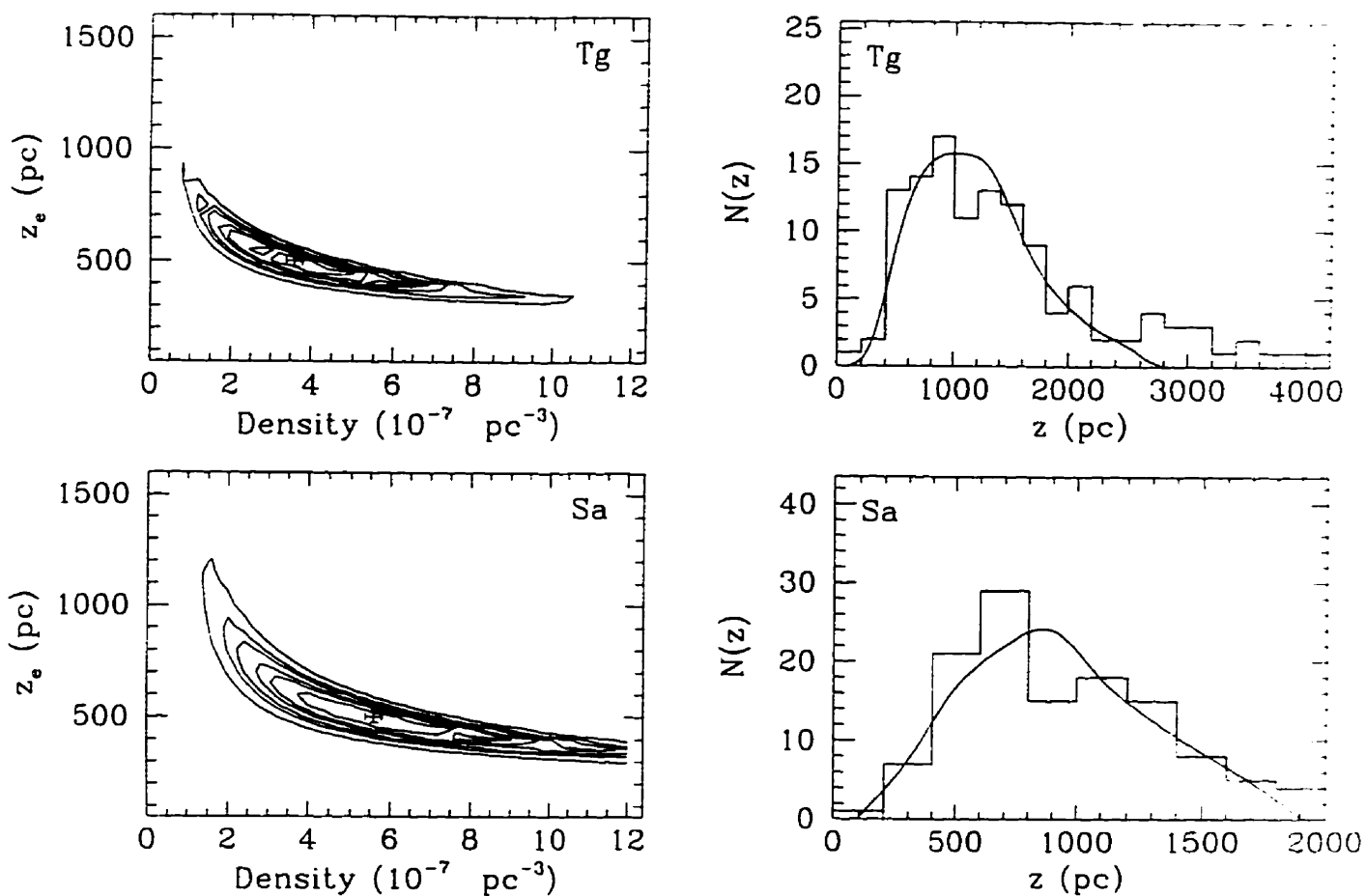


Figure 10. La meilleure combinaison  $D_0, z_e$ . selon la relation  $Te - \log g$ .

- a) La séquence Tg. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilité décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .
- b) La séquence Sa. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilité décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .

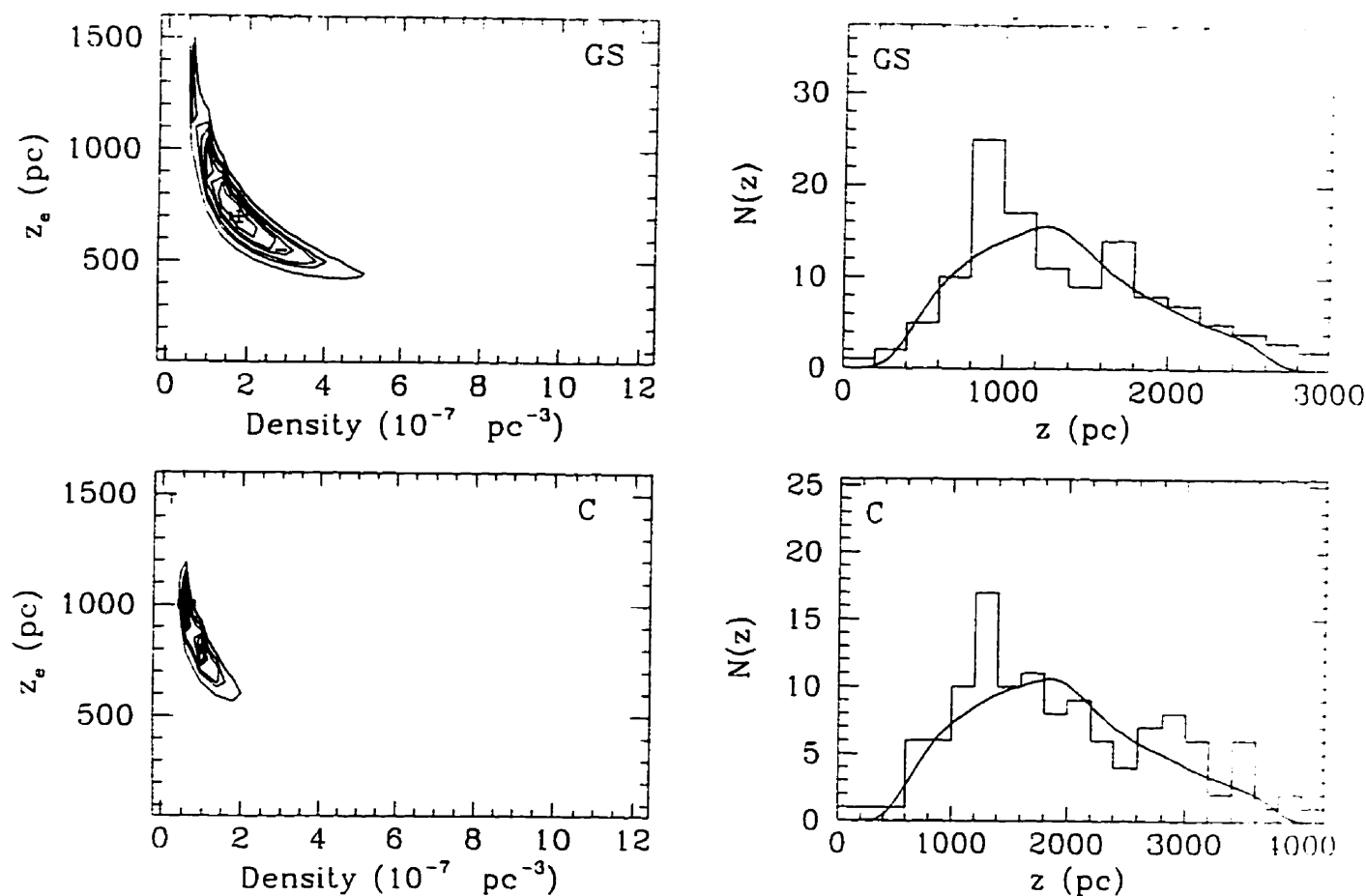


Figure 11. La meilleure combinaison  $D_0$ ,  $z_e$  selon la relation  $Te - \log g$ .

a) La séquence GS. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilités décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .

b) La séquence C. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilités décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .

#### 4.2 L'effet de la profondeur de l'échantillon

L'Article I avait soulevé le problème de l'homogénéité des résultats en fonction de la profondeur du sous-échantillon considéré. Bien que cette difficulté ait été résolue par l'utilisation de cônes tronqués pour le calcul des volumes, nous avons décidé de réexaminer ce problème avec notre échantillon. Tout en tronquant les volumes en utilisant que les étoiles moins brillantes que  $m_B = 12,5$ , nous avons créé deux sous-échantillons moins profonds que l'original. L'un limité aux étoiles plus brillantes que  $m_B = 15$  et l'autre limité par  $m_B = 14$ . Ces sous-échantillons comprennent respectivement 66 et 24 étoiles.

Dans un premier temps, nous avons reprocédé au test  $V' / V'm$  de même qu'au calcul de la densité spatiale par la méthode de Schmidt (1975). Les résultats obtenus sont présentés aux tableaux 6 et 7 pour les quatre séquences identifiées à la sous-section précédente.

TABLEAU 6

LE TEST  $V' / V'm$  POUR  $z_e = 550$  pc

SÉQUENCE	$\langle V' / V'm \rangle$	$Do$ (pc <sup>-3</sup> )	$\langle \log g \rangle$	$\langle M_B \rangle$
Tg15	0,54	$4,6 \times 10^{-7}$	5,64	3,98
Sa15	0,50	$6,6 \times 10^{-7}$	5,93	4,7
GS15	0,54	$3,5 \times 10^{-7}$	5,59	3,85
C15	0,59	$2,3 \times 10^{-7}$	5,25	3,0

TABLEAU 7

LE TEST  $V' / V'_m$  POUR  $z_e = 450$  pc

SÉQUENCE	$\langle V' / V'_m \rangle$	$Do$ (pc <sup>-3</sup> )	$\langle \log g \rangle$	$\langle M_B \rangle$
Tg14	0,49	$5,2 \times 10^{-7}$	5,61	3,88
Sa14	0,46	$8,7 \times 10^{-7}$	5,94	4,72
GS14	0,49	$4,3 \times 10^{-7}$	5,60	3,87
C14	0,52	$2,5 \times 10^{-7}$	5,25	3,0

Les résultats obtenus pour la séquence Tg montrent une diminution de la hauteur caractéristique qui passe de  $z_e = 600$  pc à 450 pc au fur et à mesure que la profondeur diminue. Cela a pour effet direct d'augmenter la densité spatiale qui passe de 3,5 à  $5,2 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Ces valeurs restent dans les limites identifiées sur la figure 9.

De façon générale, les résultats du tableau 6 sont comparables à ceux du tableau 3. Il faut noter qu'avec 66 étoiles, l'incertitude sur le test  $V' / V'_m$  augmente et passe à 0,04 tandis qu'elle passe à 0,06 pour les 24 étoiles du sous-échantillon coupé à 14. Dans ce dernier cas, il semble qu'une hauteur caractéristique plus faible soit plus appropriée pour toutes les séquences. On remarque, entre autres, que la densité associée à la séquence Sa14 atteint  $8,7 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Bien que très élevée, cette densité est à la limite supérieure de celle identifiée à la figure 10b).

Il est important de noter qu'en réduisant la profondeur des sous-échantillons, on réduit l'étalement total en  $z$  de la distribution étudiée. Pour une étoile typique avec  $M_B = 3,8$  et dont la latitude galactique  $b = 65^\circ$ , les cônes tronqués couvrent une étendue totale en  $z$  de 500 pc, 1000 pc et 2000 pc pour les sous-échantillons limités respectivement par  $m_B = 14, 15$  et 16.



Ainsi, en plus de l'incertitude grandissante sur le test  $V' / V'm$ , c'est l'effet même de la décroissance exponentielle qui devient de moins en moins prononcé au fur et à mesure qu'on réduit la profondeur des sous-échantillons étudiés. Les séquences limitées à 14 couvrent tout juste une hauteur caractéristique. Cela rend très risquée l'utilisation du test  $V' / V'm$  à des fins d'identification de la valeur appropriée de  $z_e$ .

Puisque chaque sous-échantillon possède sa propre distribution spatiale  $N(z)$ , nous avons cherché à déterminer la meilleure combinaison  $Do, z_e$  des ces distributions en utilisant la méthode présentée à la section 3.3. Les tableaux 8 et 9 présentent les résultats obtenus pour les huit séquences.

TABLEAU 8.

MEILLEURE COMBINAISON  $Do - z_e$  ÉCHANTILLON LIMITÉ À  $m_B = 15$ 

SÉQUENCE	$Do$ ( $pc^{-3}$ )	$z_e$ (pc)
Tg15	$5,2 \times 10^{-7}$	400
Sa15	$5,6 \times 10^{-7}$	550
GS15	$1,6 \times 10^{-7}$	800
C15	$0,8 \times 10^{-7}$	850

TABLEAU 9.

MEILLEURE COMBINAISON  $Do - z_e$  ÉCHANTILLON LIMITÉ À  $m_B = 14$ 

SÉQUENCE	$Do$ ( $pc^{-3}$ )	$z_e$ (pc)
Tg14	$2,6 \times 10^{-7}$	550
Sa14	$4,2 \times 10^{-7}$	950
GS14	$1,4 \times 10^{-7}$	1250
C14	$0,6 \times 10^{-7}$	950

Dans un premier temps, on remarque que les valeurs obtenues aux tableaux 8 et 9 pour les densités se comparent à celles obtenues préalablement. Les hauteurs caractéristiques des séquences Tg15, Tg14 et Sa15 restent conformes à celles des tableaux 6 et 7. Dans les autres cas, on obtient de très grandes valeurs pour  $z_e$ .

L'examen des figures 12 à 15 permet de mieux analyser les résultats des tableaux 8 et 9. Elles présentent la meilleure combinaison  $D_0, z_e$  dans l'espace des paramètres de même que les distributions  $N(z)$  observées et théoriques des 8 séquences considérées ici.

Les figures 12 et 13 qui présentent les sous-échantillons limités à 15 se rapprochent des figures 10 et 11. On y retrouve le même comportement à la différence qu'ici, l'espace recouvert par les courbes de contour est systématiquement plus grand. Cela reflète l'incertitude grandissante mentionnée plus haut. La forme en "banane" de l'espace des paramètres est un peu plus accentuée. Cette forme reflète encore une fois que les faibles hauteurs caractéristiques sont associées aux densités élevées.

Les figures 14 et 15 qui présentent les sous-échantillons limités à 14 ont un comportement radicalement différent. Il devient impossible de cerner la valeur de la hauteur caractéristique. Le manque de profondeur en  $z$  des sous-échantillons limités à 14 est responsable de la déformation des courbes de contour. En effet, n'importe quelle valeur de  $z_e$  comparable ou plus grande que l'étendue en  $z$  de la distribution est utilisable pour décrire le peu de décroissance qu'on y retrouve. La forme en "banane" des courbes de contour est accentuée au point que des valeurs de la densité plus grandes que  $1,0 \times 10^{-6}$  étoile/pc<sup>3</sup> apparaissent au sein de la région à 90% de probabilité des séquences Tg14 et Sa14.

Dans l'ensemble, les résultats de cette sous-section convergent vers les valeurs de la densité et de la hauteur

caractéristique obtenus au départ pour l'échantillon complet traité avec les valeurs spectroscopiques de la température effective et de la gravité de surface. Les écarts observés s'expliquent par l'inaptitude croissante des sous-échantillons à révéler les effets d'une décroissance décrite par une hauteur caractéristique de l'ordre de 550 pc.

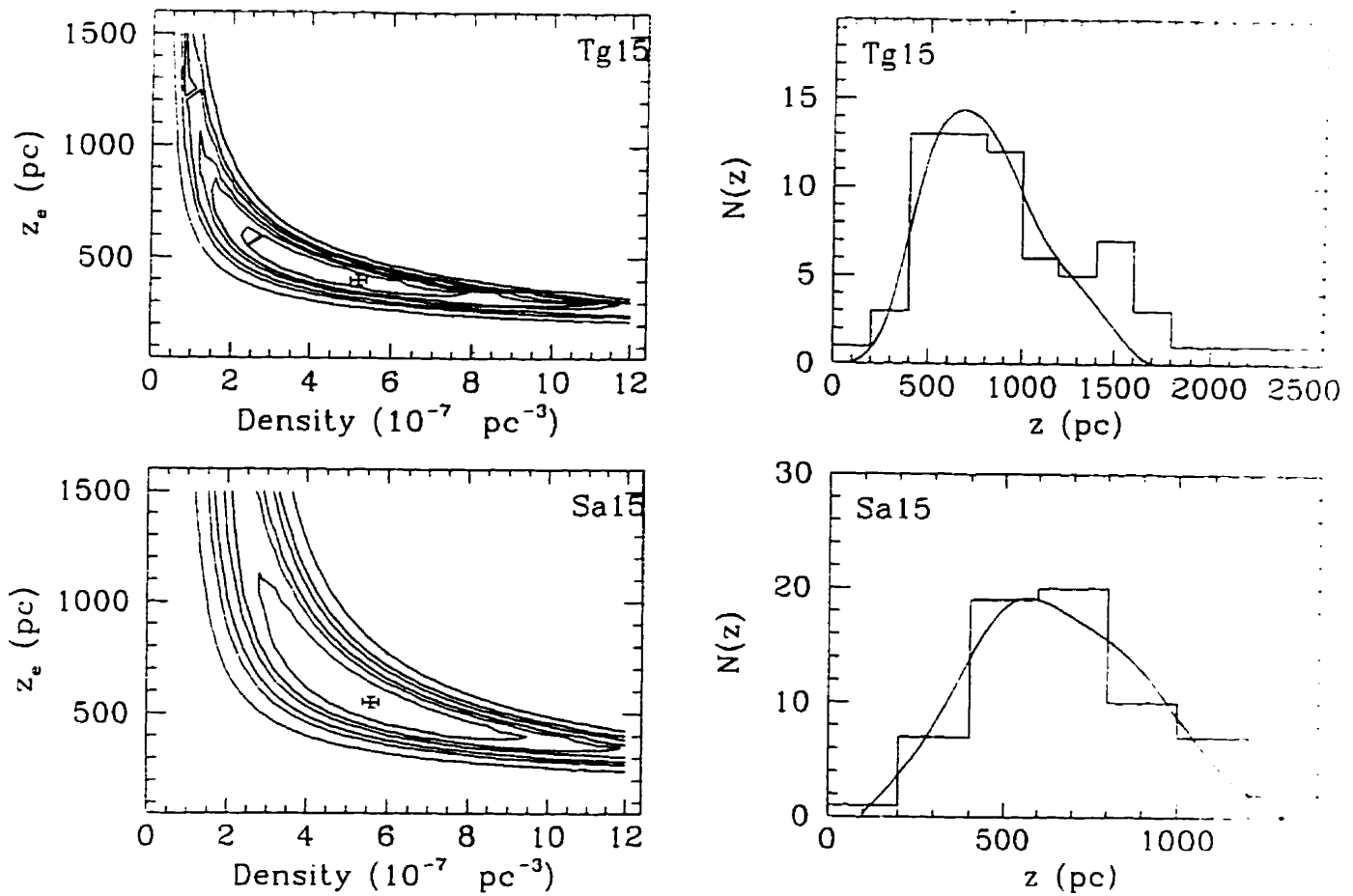


Figure 12. La meilleure combinaison  $D_0, z_e$ . pour un échantillon limité.

- a) La séquence Tg15. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilités décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .
- b) La séquence Sa15. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilités décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .

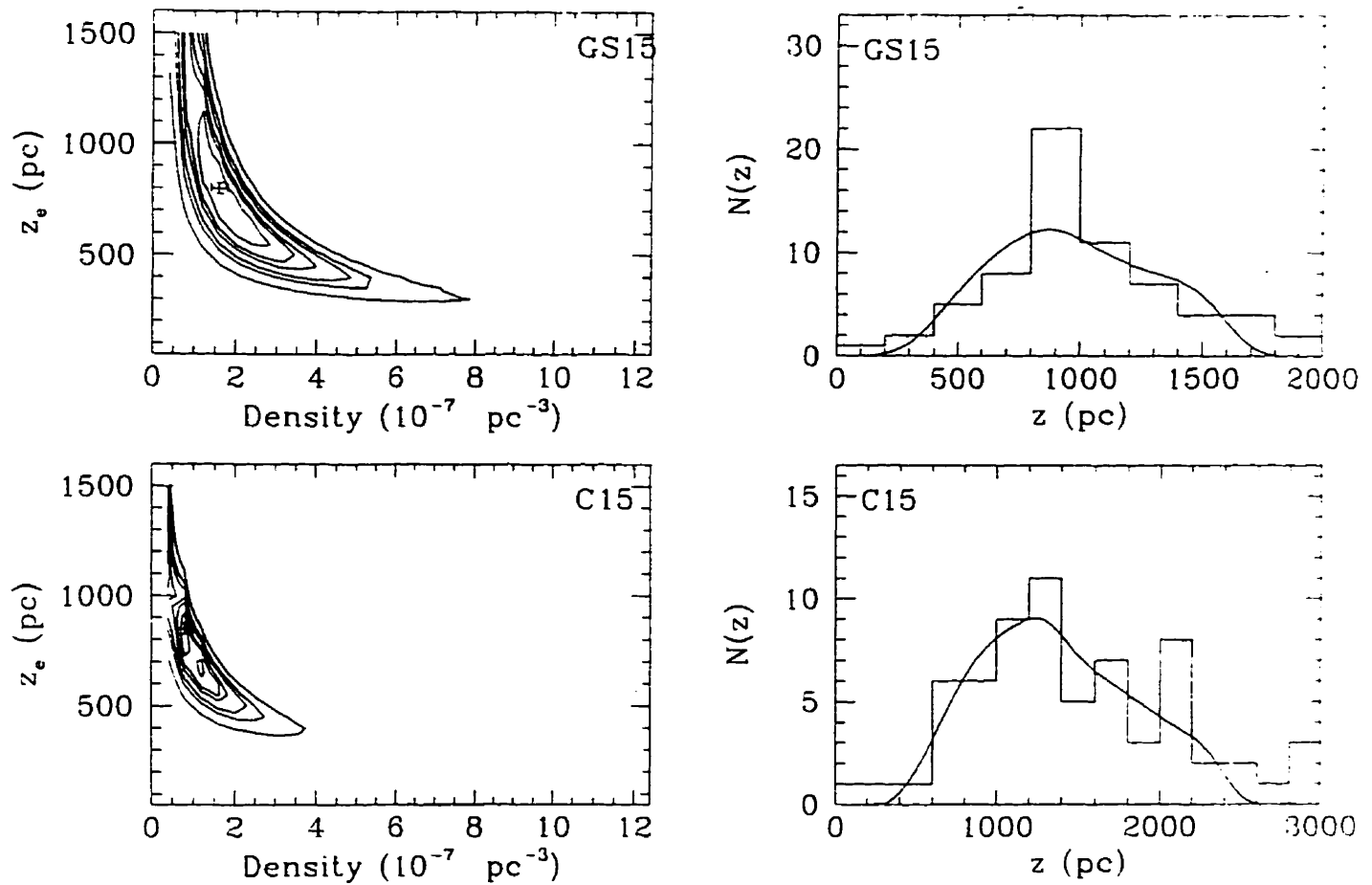


Figure 13. La meilleure combinaison  $D_0$ ,  $z_e$ . pour un échantillon limité.

- a) La séquence GS15. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilité décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .
- b) La séquence C15. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilité décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .

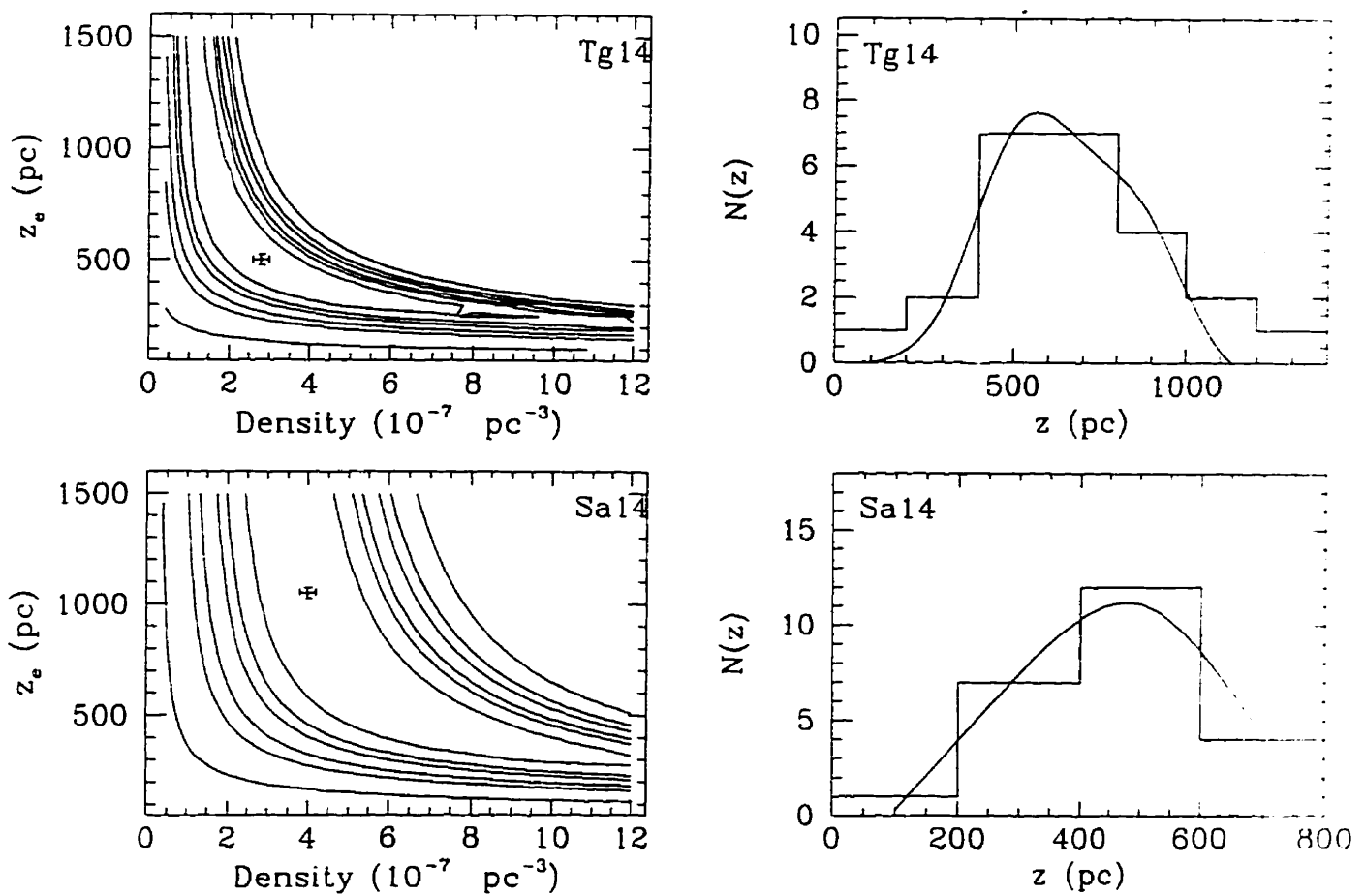


Figure 14. La meilleure combinaison  $D_0, z_e$  pour un échantillon limité.

- a) La séquence Tg14. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilités décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .
- b) La séquence Sa14. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilités décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .

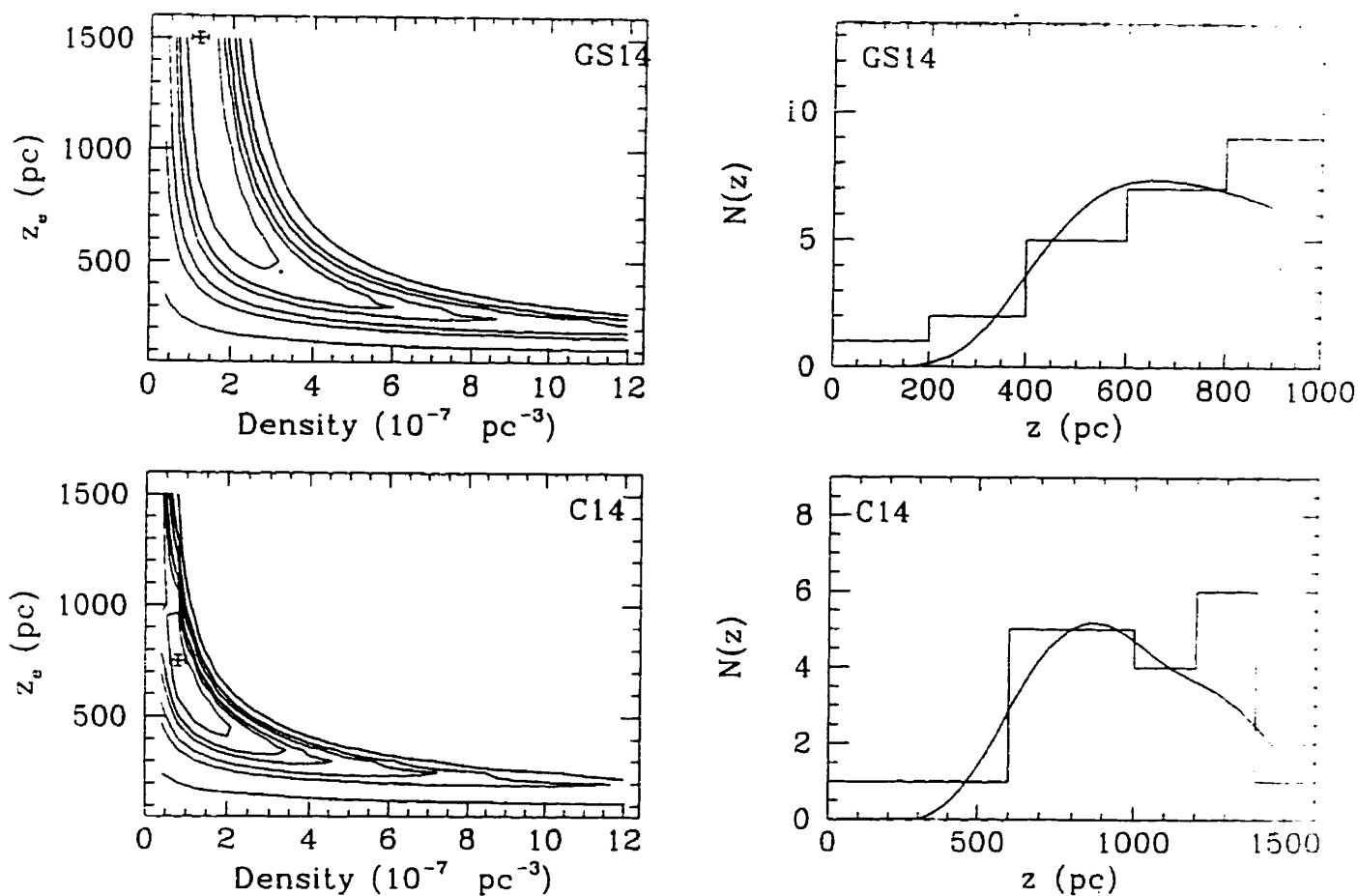


Figure 15. La meilleure combinaison  $D_0$ ,  $z_e$ . pour un échantillon limité.

a) La séquence GS14. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilité décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .

b) La séquence C14. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilité décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .

### 4.3 Étude de la région délimitée par SB

De toutes les études de la distribution spatiale des sdB et sdOB mentionnées en introduction, seule celle de Heber (1986) portait sur des étoiles qui occupent une région couverte par le MCT. Il s'agit d'une portion de 840 degrés carrés de ciel centrée sur le pôle sud galactique et explorée lors du SB survey de Slettebak et Brundage (1971). L'analyse détaillée de spectres permet à Heber d'identifier 6 sdB et 6 sdOB plus brillantes que  $m_v = 14,2$  ainsi que d'évaluer leurs distances. A l'aide d'une approche explicitée et critiquée dans l'Article I, il détermine pour cet échantillon une hauteur caractéristique de 190 pc. A l'aide de la méthode de Schmidt (1975), il obtient alors une densité spatiale de  $4,0 \times 10^{-6}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Comme nous l'avons montré à la sous-section précédente, les résultats obtenus avec un échantillon qui est à la fois très petit et peu profond sont très incertains.

Afin de comparer les résultats issus du MCT à ceux d'Heber, nous avons constitué un sous-échantillon du MCT qui recouvre exactement la portion de ciel couverte par le SB. La figure 16 illustre la distribution des champs du MCT ainsi que la région spécifique au SB. A cause des quelques "trous" qui existent dans la couverture globale du MCT, la région utilisée compte 51 champs qui couvrent 815 degrés carrés. Le sous-échantillon ainsi créé compte 34 étoiles moins brillantes que  $m_B = 12,5$  et plus brillantes que  $m_B = 16$ .

Nous avons effectué le test  $V' / V'm$  ainsi que procédé au calcul de la densité spatiale par la méthode de Schmidt (1995) pour les quatre séquences introduites plus haut. Notons qu'avec 34 étoiles, l'incertitude sur la valeur de  $\langle V' / V'm \rangle$  est de 0,05. Le tableau 10 présente les résultats que nous avons obtenus.



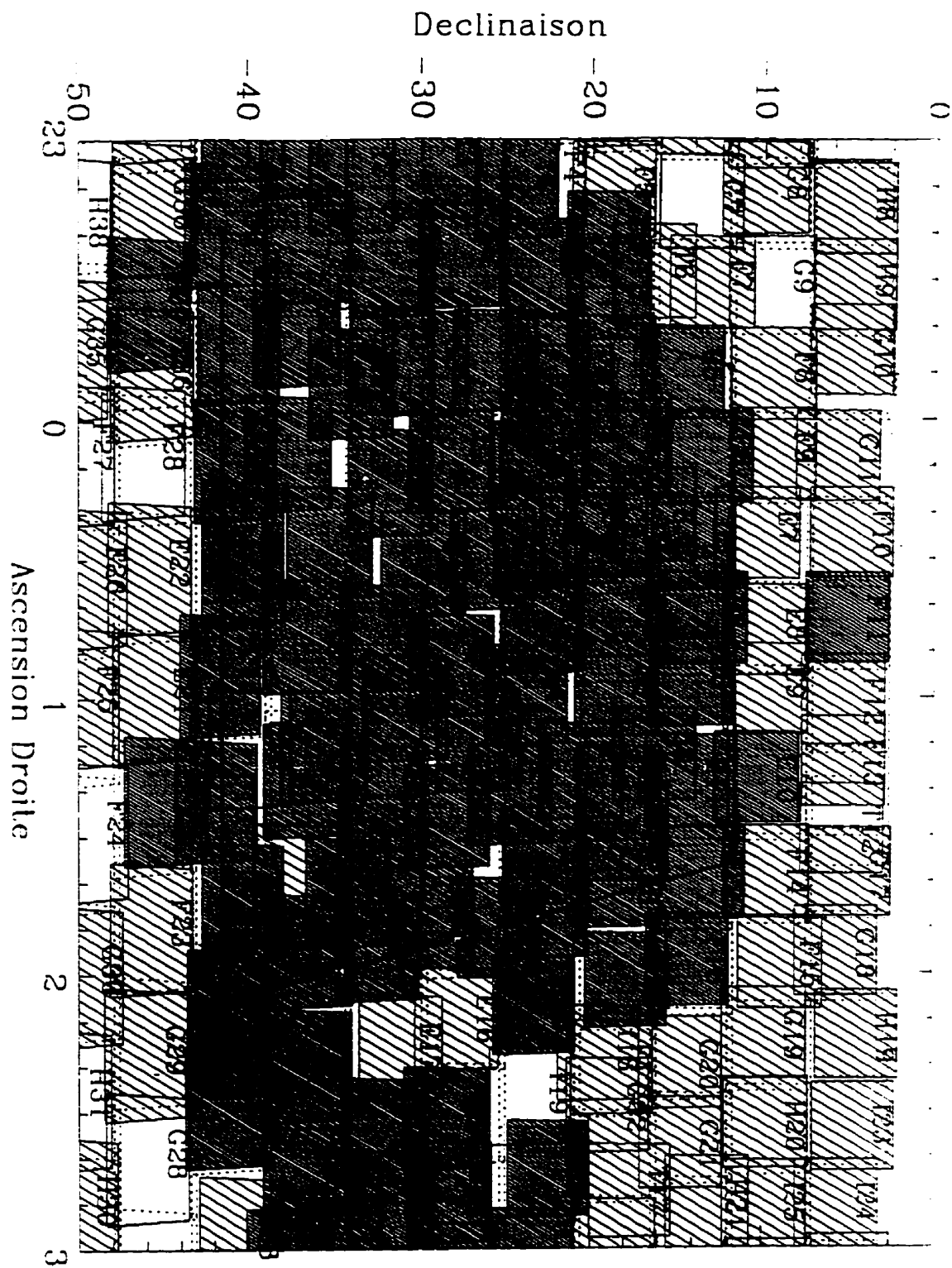


Figure 16. Les champs du MCT et la région couverte par le SB. La déclinaison est exprimée en degrés alors que l'ascension droite l'est en heures.

TABLEAU 10

LE TEST  $V' / V'_m$  DANS LA RÉGION SB POUR  $z_e = 600$  pc

SÉQUENCE	$\langle V' / V'_m \rangle$	$Do$ ( $\text{pc}^{-3}$ )	$\langle \log g \rangle$	$\langle M_B \rangle$
SBTg	0,54	$4,6 \times 10^{-7}$	5,64	3,93
SBSa	0,44	$5,9 \times 10^{-7}$	5,97	4,76
SBGS	0,52	$4,1 \times 10^{-7}$	5,63	3,91
SBC	0,65	$3,1 \times 10^{-7}$	5,25	2,96

Le résultat obtenu pour la séquence Tg est tout à fait compatible avec tous ceux présentés jusqu'ici qui utilisent les températures effectives et les gravité de surface obtenues par l'analyse des spectres. Les écarts entre SBTg et les séquences SBSa et SBC sont semblables à ceux rencontrés plus haut et sont causés par les mêmes effets.

L'Article I mettait sur le compte d'une évaluation erronée de  $z_e$  la densité dix fois supérieure obtenue par Heber. De façon à valider cette affirmation, nous avons reprocédé au test  $V' / V'_m$  ainsi qu'au calcul de la densité spatiale par la méthode de Schmidt (1995) en fixant la hauteur caractéristique à 250 pc pour les quatre séquences introduites plus haut. Le tableau 11 présente les résultats que nous avons obtenus.

TABLEAU 11  
LE TEST  $V' / V'_m$  DANS LA RÉGION SB POUR  $z_e = 250$  pc

SÉQUENCE	$\langle V' / V'_m \rangle$	$Do$ (pc <sup>-3</sup> )	$\langle \log g \rangle$	$\langle M_B \rangle$
SBTg	0,77	$8,6 \times 10^{-6}$	5,64	3,93
SBSa	0,66	$5,2 \times 10^{-6}$	5,97	4,76
SBGS	0,78	$6,4 \times 10^{-6}$	5,63	3,91
SBC	0,87	$1,1 \times 10^{-5}$	5,25	2,96

Ces résultats ne sont guère surprenants. Ils montrent encore une fois que la valeur de  $z_e = 250$  pc n'est absolument pas appropriée à la description de la distribution spatiale des sdB et sdOB. Par ailleurs, son utilisation conduit à des valeurs de la densité tout à fait comparables à celle obtenue par Heber (1986).

De façon à mieux cerner les caractéristiques de la distribution spatiale des étoiles comprises dans la région couverte par le SB, nous avons cherché à déterminer la meilleure combinaison  $Do, z_e$  en utilisant la méthode présentée à la section 3.3. Les résultats qu'on obtient pour les quatre séquences utilisées plus haut sont présentés au tableau 12.

TABLEAU 12.  
MEILLEURE COMBINAISON  $Do - z_e$  ÉCHANTILLON SB

SÉQUENCE	$Do$ (pc <sup>-3</sup> )	$z_e$ (pc)
SBTg	$4,0 \times 10^{-7}$	500
SBSa	$1,0 \times 10^{-6}$	400
SBGS	$3,6 \times 10^{-7}$	600
SBC	$0,4 \times 10^{-7}$	1350

Les séquences SBTg et SBGS sont associées à une combinaison très semblable de valeurs qui sont compatibles avec celles présentées au tableau 10. Les séquences SBSa et SBC sont décrites par des combinaisons  $D_0, z_e$  qui s'écartent chacune dans une direction opposée. Ces écarts sont causés par les effets déjà discutés précédemment.

L'examen des figures 17 et 18 permet de mieux analyser les résultats du tableau 12. Elles présentent la meilleure combinaison  $D_0, z_e$  dans l'espace des paramètres de même que les distributions  $N(z)$  observées et théoriques des 4 séquences considérées ici.

Bien que la meilleure combinaison trouvée pour les séquences SBTg et SBGS soit comparable à celle obtenue par le test  $V' / V'm$ , la plage des valeurs admises pour la densité spatiale est très grande et rappelle celle obtenue pour les sous-échantillons Tg14 et GS14. C'est la petite taille relative du sous-échantillon occupant la région du SB qui conduit à cette augmentation de l'espace couvert par les courbes de contour. A la différence des échantillons limités à  $m_B = 14$ , la hauteur caractéristique est ici relativement bien cernée puisque l'étendue en  $z$  du sous-échantillon considéré ici est suffisante pour être sensible aux effets de la décroissance exponentielle.

Les séquences SBSa et SBC s'écartent des résultats des deux autres dans des directions opposées et pour les raisons exposées plus haut.

On peut finalement affirmer que malgré les incertitudes associées à la petite taille du sous-échantillon SB, il y a encore convergence des résultats obtenus en terme de la hauteur caractéristique et de la densité spatiale vers ceux obtenus pour l'ensemble du MCT.

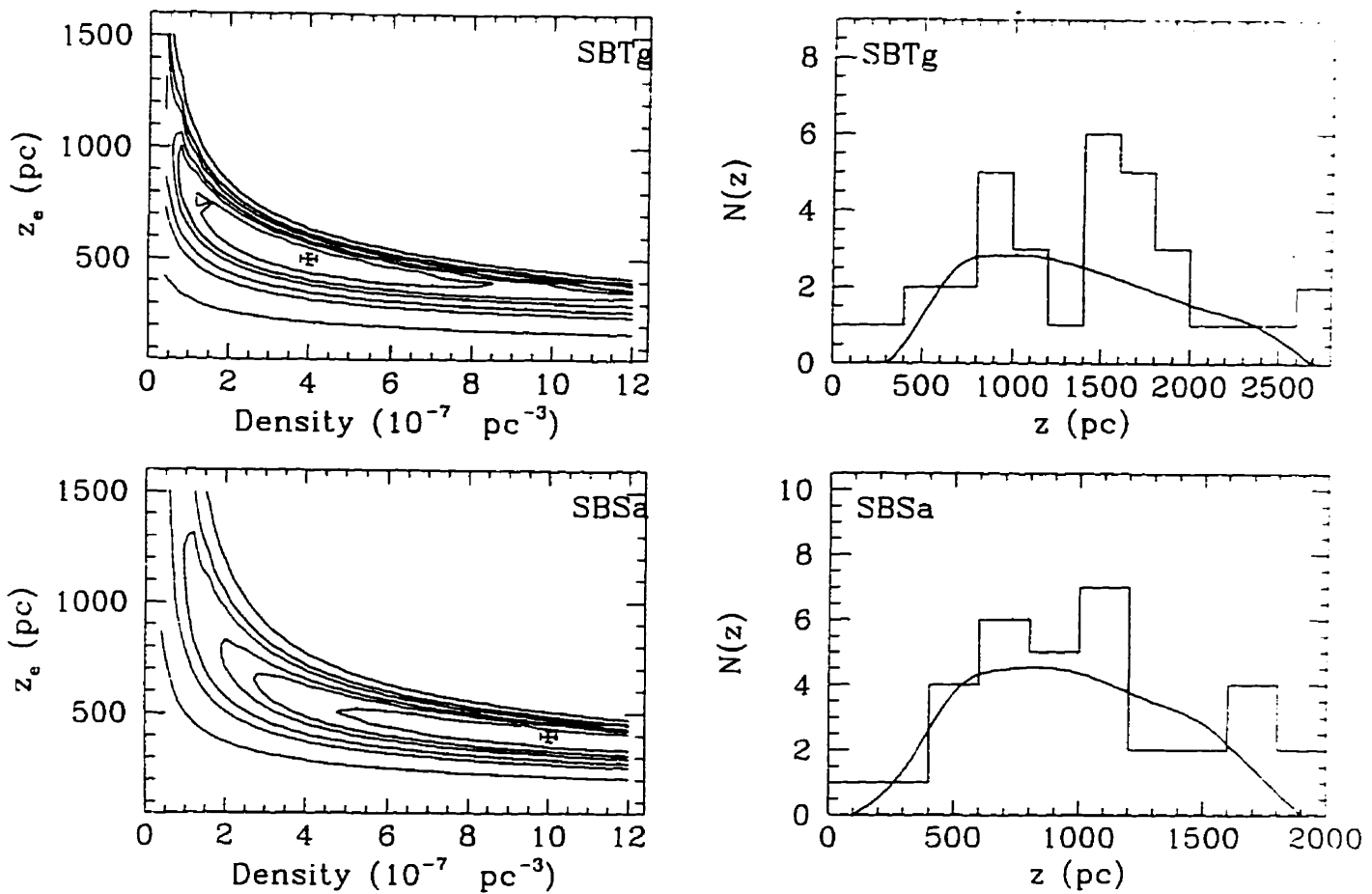


Figure 17. La meilleure combinaison  $D_0, z_e$ . dans la région SB.

a) La séquence SBTg. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilité décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .  
 b) La séquence SBSa. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilité décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .

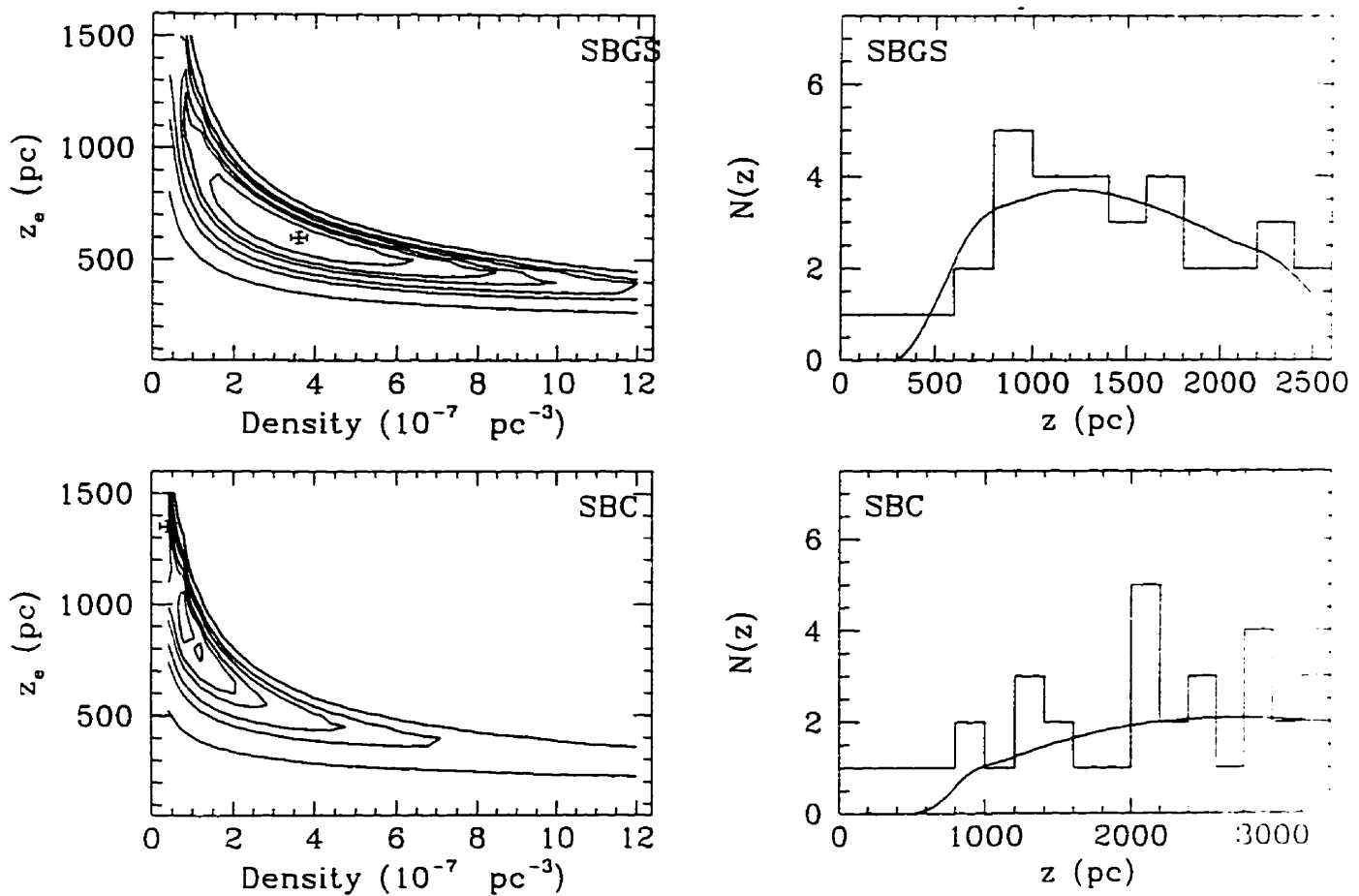


Figure 18. La meilleure combinaison  $D_0, z_e$ . dans la région SB.

a) La séquence SBGS. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilité décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .  
 b) La séquence SBC. A gauche, la meilleure combinaison représentée dans l'espace des paramètres. Les courbes de contour sont associées aux probabilité décrites à la figure 9. A droite, les distributions  $N(z)$ .

## 5. CONCLUSION

Nous avons déterminé la hauteur caractéristique ainsi que la densité spatiale des 132 étoiles sdB et sdOB riches en hydrogène identifiées par le MCT dans la région du pôle sud galactique. L'utilisation du test  $V'/V'm$  de Schmidt (1975) nous permet d'affirmer que  $z_e = 600$  pc et que  $Do = 3,5 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. La détermination simultanée de la meilleure combinaison  $Do, z_e$  reproduisant la distribution  $N(z)$  observée donne des résultats compatibles avec les précédents. On obtient  $z_e = 500$  pc ainsi que  $Do = 3,4 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Si on se limite à la région de l'espace des paramètres  $Do, z_e$  où la probabilité d'avoir déterminé la meilleure combinaison est de 90%, on constate que  $z_e$  couvre une plage de valeurs entre 400 et 650 pc tandis que  $Do$  peut varier entre 2,0 et  $5,5 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. En se basant sur ces deux approches indépendantes, nous suggérons comme valeurs respectives de la hauteur caractéristique et de la densité spatiale:

$$z_e = 550 \pm 100 \text{ pc}$$

$$Do = 3,5 \pm 1,5 \times 10^{-7} \text{ étoile/pc}^3$$

Ces résultats sont tout à fait compatibles avec ceux des Articles I et II qui trouvaient des densités respectives de  $3 \pm 1 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup> et  $3,8 \pm 1,7 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. La détermination de la hauteur caractéristique de l'Article I était de  $z_e = 450 \pm 150$  pc.

Une seule étude a été réalisée à partir d'un échantillon de 12 étoiles situées dans la même région du ciel. Il s'agit de celle de Heber (1986) qui disposait d'étoiles tirées du SB. Pour comparer nos résultats respectifs, nous avons constitué un sous-échantillon de 34 étoiles occupant la région du ciel couverte par le SB. Le test  $V'/V'm$  de Schmidt (1975) nous permet d'obtenir  $z_e = 600$  pc et  $Do = 4,6 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. La détermination simultanée de la meilleure combinaison  $Do, z_e$  reproduisant la distribution  $N(z)$  observée donne  $z_e = 500$  pc ainsi que  $Do = 4,0 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Ces résultats sont compatibles avec nos estimés mais diffèrent de

ceux de Heber qui trouvait  $z_e = 190$  pc et  $Do = 4,0 \times 10^{-6}$  étoile/pc<sup>3</sup>. On retrouve une valeur de densité comparable à la sienne en fixant arbitrairement la hauteur caractéristique à 250 pc. Comme l'Article I le précise, les écarts en densité proviennent d'un estimé incorrect de la hauteur caractéristique.

Afin d'élargir au maximum les comparaisons possibles avec d'autres recherches, nous avons procédé à nouveau à l'estimations des paramètres de la distribution spatiale à l'aide d'une relation entre la température effective et la gravité de surface. Cette approche permet d'estimer les résultats qu'auraient pu obtenir Saffer et al. (1994) en utilisant notre échantillon et leurs méthodes. La détermination simultanée de la meilleure combinaison  $Do, z_e$  reproduisant la distribution  $N(z)$  obtenue à l'aide de la relation donne  $z_e = 500$  pc ainsi que  $Do = 5,4 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Si on se limite à la région de l'espace des paramètres  $Do, z_e$  où la probabilité d'avoir déterminé la meilleure combinaison est de 90%, on constate que  $z_e$  couvre une plage de valeurs entre 400 et 700 pc tandis que  $Do$  peut varier entre 3,0 et  $9,0 \times 10^{-7}$  étoile/pc<sup>3</sup>. Cette comparaison est plus que satisfaisante.

Notre valeur de la densité spatiale nous permet d'évaluer l'apport annuel des sdB et sdOB riches en hydrogène aux étoiles naines blanches de type DA. Le taux d'apparition de ces dernières est de l'ordre de  $2 \times 10^{-12}$  étoile/a pc<sup>3</sup> (Weidemann (1990)). En utilisant un temps de vie de  $1,5 \times 10^8$  a. (Dorman et al. (1993)) pour les sdB et sdOB, on obtient un apport de l'ordre de  $2 \times 10^{-15}$  étoile/a pc<sup>3</sup>. Cela ne représente que 0,1% des naines blanches considérées ici. Cela est inférieur à l'estimé de Drilling (1992) qui suggère que 0,6% des naines blanches DA originent d'étoiles évoluées de la branche horizontale étendue. De toute évidence, les sous-naines ne constituent pas une source importante de la population des naines blanches.

Par ailleurs, Bergeron et al. (1994) suggère une valeur du taux d'apparition des naines blanches de faibles masses (DAO) de l'ordre de  $2 \times 10^{-14}$  étoile/a pc<sup>3</sup>. Si on ne considère que cette



fraction particulière des naines blanches dont la masse se compare tout à fait à celle des sdB et des sdOB, on pourrait imaginer que ces dernières contribuent à 10% des DAO.

Le fait que les sdB et sdOB ne contribuent qu'en très faible partie à la population des naines blanches peut probablement s'expliquer par la hauteur caractéristique particulière des sous-naines. Notre connaissance de la population des naines blanches se limite à celles qui font partie du disque de la galaxie. Avec une hauteur caractéristique de l'ordre de 500 pc, les sous-naines se distinguent des étoiles du disque qui sont caractérisées par des hauteur n'excédant généralement pas les 250 pc. L'appartenance des sous-naines au disque ou au halo de la galaxie fait encore l'objet de doutes. Greenstein et Sargent (1974) suggéraient une appartenance au halo tandis que Baschek et Norris (1975) suggéraient une appartenance au disque. De plus, Gilmore et Reid (1983) ont suggéré une description plus subtile du contenu de notre galaxie en introduisant la notion de disque épais dont la hauteur caractéristique serait de l'ordre de 1000 pc. Les étoiles faisant partie de cette nouvelle composante représenterait environ 2% des étoiles qu'on peut trouver au voisinage du Soleil. A ce stade, on peut spéculer et suggérer que les sous-naines découvertes par le MCT forment un mélange d'étoiles appartenant en partie au disque, au disque épais et au halo. Cela expliquerait leur hauteur caractéristique assez particulière ainsi que leur faible apport à une population d'étoiles appartenant résolument au disque. Seules des études portant sur la cinématique d'un vaste échantillon statistiquement complet comme celui du MCT pourront clarifier l'appartenance des sous-naines à une composante particulière de notre galaxie. Ce qui se dégage clairement maintenant, c'est que ces étoiles ne contribuent que de façon marginale aux populations connues de naines blanches.

Nous tenons à remercier toute l'équipe du MCT sans qui ce projet n'aurait pu être mené à terme. En particulier, Robert Lamontagne pour les spectres et Pierre Bergeron pour les

modèles. Finalement, nous remercions Gilles Fontaine pour les fructueux échanges que nous avons eus lors de la réalisation de cette recherche.

## 6. BIBLIOGRAPHIE

- Baschek, B. & Norris, J. 1975, ApJ, 199, 664
- Bergeron, P., Wesemael, F., Beauchamps, A., Wood, M.A., Lamontagne, R., Fontaine, G. & Liebert, J. 1994, ApJ, 432, 305
- Bergeron, P. 1996, communication privée
- Bessel, M.S. 1979, PASP, 91, 589
- Bixler, J., Bowyer, S. & Laget, M. 1991, A&A, 250, 370
- Demers, S., Kibblewhite, E.J., Irwin, M.J., Nithakorn, D.S., Béland, S., Fontaine, G. & Wesemael, F. 1986, AJ, 92, 878
- Dorman, B., Rood, R.T. & O'Connell, R.W. 1993, ApJ, 419, 596
- Downes, R.A. 1986, ApJS, 61, 569
- Drilling, J.S. 1992, in The Atmospheres of Early-Type Stars, Springer, Berlin, 257
- Gilmore, G. & Reid, N. 1983, MNRAS, 202, 1025
- Green, R.F. 1980, ApJ, 238, 685
- Green, R.F. & Liebert, J. 1987, in IAU Colloq. 95, The Second Conference on Faint Blue Stars, Davis, Schenectady, 261
- Green, R.F., Schmidt, M. & Liebert, J. 1986, ApJS, 61, 305
- Greenstein, J.L. & Sargent, A.I. 1974, ApJS, 28, 157
- Heber, U. 1986, A&A, 155, 33
- Heber, U., Hunger, K., Jonas, G. & Kudritzki, R.P. 1984, A&A, 130, 119
- Hunger, K., Gruschinske, J., Kudritzki, R.P. & Simon, K.P. 1981, A&A, 95, 244

- Lamontagne, R. et al. 1996. en préparation
- Reid, N., Wegner, G., Wickramasinghe, D.T. & Bessel, M.S. 1988, AJ, 96, 275
- Saffer, R.A. 1991, Ph.D. Thesis, Univ. Arizona
- Saffer, R.A., Bergeron, P., Koester, D. & Liebert, J. 1994, ApJ, 432, 351
- Schmidt, M. 1975, ApJ, 151, 393
- Séguin, M. & Villeneuve, B. 1995, *Astronomie et astrophysique*, ERPI, Montréal
- Slettebak, A. & Brundage, R.K. 1971, AJ, 76, 338
- Theissen, A., Moehler, S., Heber, U. & de Boer, K.S. 1993, A&A, 273, 524
- Villeneuve, B., Wesemael, F., Fontaine, G., Carignan, C. & Green, R.F. 1995a, ApJ, 446, 646
- Villeneuve, B., Wesemael, F. & Fontaine, G. 1995b, ApJ, 450, 851
- Weideman, V. 1990, in *Baryonic Dark Matter*, Dordrecht, Kluwer, 87
- Wesemael, F., Auer, L.H., Van Horn, H.M. & Savedoff, M.P. 1980, ApJS, 43, 159
- Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., Lamontagne, R. & Green, R.F. 1992, AJ, 104, 203

## CONCLUSION

L'étude de la distribution spatiale des étoiles sdB que nous venons de réaliser est la plus complète à avoir été effectuée à ce jour. Elle est celle qui porte sur le plus grand nombre d'étoiles. Elle a été réalisée à partir de l'analyse de données photométriques ou spectroscopiques portant sur 420 étoiles. Outre l'étude de Bixler et al. (1991) qui portait sur 75 étoiles, toutes les autres présentées dans ce travail pour fins de comparaisons portaient sur 10 à 30 étoiles. Au delà du fait que notre étude porte en moyenne sur près de vingt fois plus d'objets que les autres, la disposition spatiale de nos échantillons couvre l'ensemble des régions observables. En effet, avec les 209 étoiles tirées du catalogue *Palomar-Green* qui sont situées dans la direction du pôle nord galactique, les 25 étoiles tirées du catalogue *Kitt Peak-Downes* qui se retrouvent au sein du plan de notre galaxie et, finalement, les 186 étoiles tirées du catalogue *Montréal-Cambridge-Tololo* qui sont situées dans la direction du pôle sud galactique, aucune portion de la galaxie ne nous échappe.

Pour arriver à déterminer  $D_0$  la densité spatiale ainsi que  $z_e$ , la hauteur caractéristique de la distribution spatiale des étoiles sous-naines, nous avons développé plusieurs approches différentes. Dans les cas où seules des données de photométrie étaient disponibles, nous avons estimé la distance nous séparant des étoiles à l'aide de relations moyennes entre la température effective et la gravité de surface. Lorsque des spectres à rapport signal sur bruit assez élevé étaient disponibles, nous avons évalué les paramètres physiques des étoiles à partir de ces derniers pour ultimement obtenir les distances individuelles. A partir de ces distances, nous avons utilisé le test  $V'/V'm$  ainsi que deux autres méthodes indépendantes. Ces dernières permettant de déterminer simultanément la meilleure combinaison  $D_0, z_e$  reproduisant les distributions  $N(z)$  et  $N(y)$  observées.

Pour les trois échantillons mentionnés plus haut, nous avons obtenu respectivement les valeurs suivantes de la densité spatiale:

$$D_o = 3 \pm 1 \times 10^{-7} \text{ étoile/pc}^3$$

$$D_o = 3,8 \pm 1,7 \times 10^{-7} \text{ étoile/pc}^3$$

$$D_o = 3,5 \pm 1,5 \times 10^{-7} \text{ étoile/pc}^3$$

Pour ce qui est de la hauteur caractéristique, seuls les deux échantillons constitués d'étoiles situées à haute latitude galactique en permettent la détermination. Ainsi, pour le nord et le sud galactique, nous obtenons:

$$z_e = 450 \pm 150 \text{ pc}$$

$$z_e = 550 \pm 100 \text{ pc}$$

La convergence des résultats provenant à la fois d'échantillons distincts et de données initiales de nature différentes est assez remarquable. En particulier, l'équivalence des résultats du troisième chapitre avec ceux des deux précédents vient en quelque sorte valider l'approche originale développée aux chapitres 1 et 2 pour analyser la distribution spatiale à partir des seules données de la photométrie.

Ces valeurs sont toutefois passablement différentes de ce qui avait été déterminé préalablement pour les sous-naines. La densité obtenue ici est de 5 à 10 fois plus faible tandis que la hauteur caractéristique que nous déterminons est 2 fois plus élevée. Nous avons donc examiné en détail l'origine de ces différences. A la lumière des nombreuses analyses comparatives auxquelles nous nous sommes livrés dans cette étude, il apparaît maintenant clair que la population des étoiles sous-naines se distribue dans l'espace selon les paramètres que nous avons déterminés ici.

Nos nouveaux résultats nous permettent enfin de se pencher sur le statut évolutif des sous-naines. Dans le modèle global d'évolution des sous-naines présenté dans l'introduction, on pouvait constater que ces dernières terminent leur vie en joignant les rangs de la population des naines blanches. Notre valeur de la densité spatiale nous permet d'évaluer l'apport annuel des sdB et sdOB riches en hydrogène aux étoiles naines blanches DA elles aussi riches en hydrogène. Le taux d'apparition de ces dernières est de l'ordre de  $2 \times 10^{-12}$  étoile/a pc<sup>3</sup> (Weidemann (1990)). En utilisant un temps de vie de  $1,5 \times 10^8$  a. (Dorman et al. (1993)) pour les sous-naines, on obtient un apport de l'ordre de  $2 \times 10^{-15}$  étoile/a pc<sup>3</sup>. Cela ne représente que 0,1% des naines blanches considérées ici. De toute évidence, les sous-naines ne constituent pas une source importante de la population des naines blanches.

Nous pouvons relativiser ce résultat en revenant au travail de Dorman et al. (1993) qui permet d'évaluer la masse des sous-naines à près de 0,5 Mo. Cette valeur diffère de la masse moyenne de 0,8 Mo admise pour les naines blanches (Séguin et Villeneuve 1995). Il n'est donc pas surprenant que les sous-naines ne contribuent qu'à une faible fraction des naines blanches. Par ailleurs, Bergeron et al. (1994) suggère une valeur du taux d'apparition des naines blanches de faibles masses (DAO) de l'ordre de  $2 \times 10^{-14}$  étoile/a pc<sup>3</sup>. Si on ne considère que cette fraction particulière des naines blanches dont la masse se compare tout à fait à celle des sous-naines, nos nouveaux résultats nous permettent d'affirmer que ces dernières contribuent possiblement à 10% des DAO. Ainsi, même en examinant des populations comparables par la masse, la contribution des sous-naines aux naines blanches demeure relativement peu importante.

Le fait que les sous-naines ne contribuent qu'en faible partie à la population des naines blanches peut probablement aussi s'expliquer par la hauteur caractéristique particulière des sous-naines. Notre connaissance de la population des naines

blanches se limite presque exclusivement à celles qui font partie du disque de la galaxie. Avec une hauteur caractéristique de l'ordre de 500 pc, les sous-naines se distinguent des étoiles du disque qui sont caractérisées par des hauteurs n'excédant généralement pas les 250 pc. L'appartenance des sous-naines au disque ou au halo de la galaxie fait d'ailleurs encore l'objet de doutes. Greenstein et Sargent (1974) suggéraient une appartenance au halo tandis que Baschek et Norris (1975) suggéraient une appartenance au disque. De plus, Gilmore et Reid (1983) ont suggéré une description plus subtile du contenu de notre galaxie en introduisant la notion de disque épais dont la hauteur caractéristique serait de l'ordre de 1000 pc. Les étoiles faisant partie de cette nouvelle composante représenteraient environ 2% des étoiles qu'on peut trouver au voisinage du Soleil. A ce stade, on ne peut que spéculer et suggérer que les sous-naines forment un mélange d'étoiles appartenant en partie au disque, au disque épais et au halo. Cela expliquerait leur hauteur caractéristique assez particulière ainsi que leur faible apport à une population d'étoiles appartenant résolument au disque. Seules des études portant sur la cinématique d'un vaste échantillon statistiquement complet pourront clarifier l'appartenance des sous-naines à une composante particulière de notre galaxie. Ce qui se dégage clairement maintenant, c'est que ces étoiles ne contribuent que de façon marginale aux populations connues de naines blanches.